



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Elektronikus Eszközök Tanszéke

Termikus tranziens mérési adatkiértékelő szoftver továbbfejlesztése

Diplomaterv

Szalai Albin

Konzulensek:

Dr. Székely Vladimír, Elektronikus Eszközök Tanszék
Dr. Ress Sándor, Mentor Graphics MicReD

BME VIK

Budapest, 2009

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
2. Elméleti háttér	4
2.1. Az elektronikus és termikus rendszerek közötti analógia	4
2.1.1. Villamos rendszerek tranziense	4
2.1.2. Termikus rendszerek tranziense	5
2.2. A klasszikus fogalmak kiterjesztése elosztott rendszerekre	6
2.2.1. Az időállandó spektrum	7
2.2.2. Kapcsolat az idő és a frekvenciatartomány között	10
2.2.3. Az impulzus hőellenállás	13
2.3. A dekonvolúció megvalósíthatóságának határai	16
2.3.1. A súlyfüggvények frekvencia tartománybeli viselkedése	19
2.3.2. Fourier módszer	20
2.3.3. Bayes iterációs módszer	25
2.4. Transzformáció a Foster és Cauer kanonikus alakok között	27
2.4.1. Foster - Cauer transzformáció	27
2.4.2. Cauer - Foster transzformáció	28
2.5. A struktúrafüggvény	29
3. A kitűzött célok	30
3.1. A feldolgozás menete	30
3.1.1. A bemeneti szűrés	31
3.1.2. Az időállandó spektrum előállítása	32
3.1.3. A Foster hálózat előállítása	33
3.1.4. A Foster-Cauer transzformáció	34
3.2. A korábbi megvalósítás	35

3.2.1.	A megvalósított funkciók	35
3.2.2.	A fejlesztés eszközei	36
3.3.	A jelenlegi megvalósítás célkitűzései	36
4.	Megvalósítás	37
4.1.	A fejlesztés koncepciója	37
4.2.	A használt fejlesztőeszközök	37
4.3.	Az általános vektor osztály	40
4.4.	Modulok	41
4.4.1.	A bemeneti szűrés	41
4.4.2.	Dekonvolúció (τ -spektrum előállítása)	43
4.4.3.	Diszkretizálás (Foster hálózat előállítása)	43
4.4.4.	Foster-Cauer transzformáció (Cauer hálózat előállítása)	44
5.	Tesztelés	45
5.1.	Analitikus eredményekkel való összevetés	45
5.1.1.	1D-s homogén és inhomogén rúd	45
5.2.	A korábbi verzió eredményeivel való összevetés	52
6.	Összegzés	57
6.1.	Továbbfejlesztési lehetőségek	57
6.2.	Köszönetnyilvánítás	58
A	Matematikai függelék	59
A.1.	A Gamma függvény	59
A.1.1.	Definíció	59
A.1.2.	Alap összefüggések	59
A.2.	Komplex integrálok a Fourier transzformációhoz	60
A.2.1.	A $w_i(x)$ függvényhez	60
A.2.2.	A $w_r(x)$ függvényhez	62
B	APDL programok	65
B.1.	Homogén rúd	65
B.2.	Inhomogén rúd	67

1. fejezet

Bevezetés

A félvezető eszközök jellemzésére a termikus tranziens mérése hosszú múltra tekint vissza[1]. A struktúra egységugrás gerjesztésre adott válaszát jegyezzük le, abrupt disszipáció lépcsőt adunk a chipre, majd a chip hőmérséklet emelkedésének az időfüggvényét kell megmérnünk. Ezeknek az időfüggvényeknek egy jellemző közös tulajdonsága az extrém széles időtartomány. A hőmérséklet emelkedése néhány μs után megindul, az állandósult állapotot azonban csak néhány száz, esetenként néhány ezer másodperc után érzük csak el. Ez magyarázza azt, hogy a leggyakrabban logaritmikus időtengelyen ábrázoljuk ezeket a függvényeket.

A renkívül nagy időtartomány nem meglepő. A hőmozgásban a struktúra valamennyi része részt vesz: a chip, a forrasztási felület, a tokozási anyag, maga a tok, stb. Az előbb felsorolt részek nagyon eltérő időállandókkal rendelkeznek, a $10 - 100\mu s$ tipikusan a chipen belüli tartomány, míg a tok akár $100s$ körül is lehet[1]. Ez azt jelenti, hogy közvetlen összefüggés van ezen tartományok és a válaszfüggvény adott részei között.

Ezt a gondolatmenetet megragadva egy teljes matematikai eszköztár hozható létre.[2][3][4] Ezzel az eszköztárral az általunk vizsgálni kívánt struktúra válaszfüggvényének segítségével olyan fontos információkhoz tudunk hozzájutni, mint a struktúra domináns időállandói, a struktúra egyes belső részeinek hőellenállásai és hőkapacitásai.

Ennek a matematikai eszköztárnak egy megvalósítása a T3Ster-Master kereskedelmi program. Diplomatervem célkitűzése egy olyan szoftver létrehozása, amely funkcióit és fájlformátumát tekintve felülről kompatibilis ezzel a programmal, ám koncepcióját tekintve teljesen új alapokra épül. Az új moduláris felépítésnek köszönhetően a kiértékelési eljárás valamennyi része könnyen manipulálható, új modulok írásával új módszereket lehet kipróbálni, ezzel segítve az eljárás további fejlesztését. Az T3Ster-Master funkcióin kívül újabbak is elkészülnek, mint a transzimpedancia számításához szükséges dekonvolúciós modul, vagy a JEDEC[5] szabványt teljesítő gyökös illesztés. A kiértékelés során külön kihívást jelent a dupla lebegőpontos számábrázolás okozta korlát. Megfelelő osztály létrehozásával és egy tetszőleges pontosságú aritmetikát megvalósító könyvtár segítségével elegáns megoldás adható erre a problémára.

Diplomatervemben ismertetem a szükséges elméleti háttérrel, minden esetben a gyakorlatban is használható eredményt biztosítva. Bemutatom a T3Ster-Master kereskedelmi programot. Külön kitérek az esetleges korlátokra, fejlesztési lehetőségekre. Ezek alapján bemutatom az általam megtervezett és megvalósított programot, majd tesztekkel verifikálom annak helyes működését.

2. fejezet

Elméleti háttér

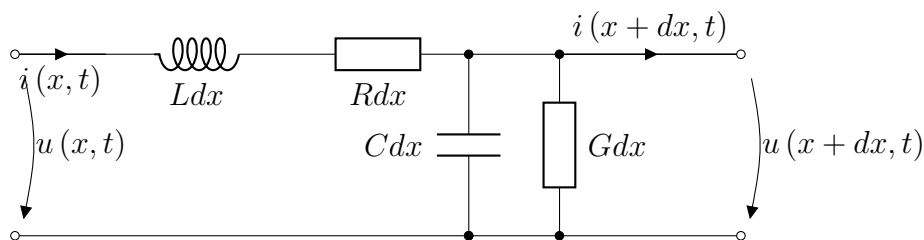
A termikus tranziens mérés kiértékelésének tárgyalásához elengedhetetlen megismerkedni néhány alapfogalommal, valamint az elméleti háttérrel. Ebben a fejezetben sorra veszem azokat a szükséges ismereteket, amelyek elengedhetetlenek a későbbi részek megértéséhez. Egyes részek esetében megpróbálom mélységeiben áttekinteni a problémát, ahol a terjedelmi korlátok engedik matematikai levezetéssel támasztom alá az állításokat.

2.1. Az elektronikus és termikus rendszerek közötti analógia

Első ránézésre egy termikus rendszer tranziens analízise nagy fejtörést okozhat. Egy sor differenciálegyenlet megoldásával tudunk csak eljutni a kívánt eredményhez. Szerencsére már rendelkezésünkre áll egy jól kidolgozott matematikai apparátus egy hasonló probléma megoldására, a villamos rendszerek analízisére. Lényegesen könnyebb lenne a dolgunk, ha találnánk valamilyen összefüggést a két rendszert leíró összefüggések között.

2.1.1. Villamos rendszerek tranziense

A villamos rendszerek tranziensének vizsgálatához a távíróegyenletekből indulunk ki.



2.1. ábra. A távvezeték egy elemi szakaszának helyettesítő képe

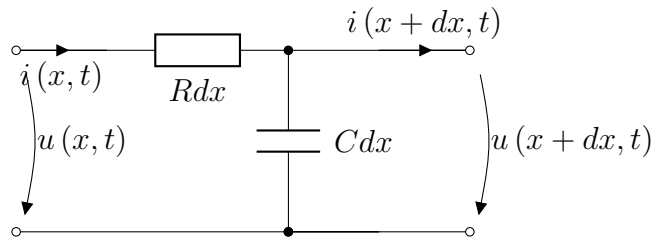
$$\frac{\partial}{\partial x}u(x, t) = -Ri(x, t) - L\frac{\partial}{\partial t}i(x, t) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}i(x, t) = Gu(x, t) - C\frac{\partial}{\partial t}u(x, t) \quad (2.2)$$

$L = G = 0$ peremfeltételek esetén a következő módon egyszerűsödnek az egyenleteink.

$$\frac{\partial}{\partial x}u(x, t) = -Ri(x, t) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}i(x, t) = -C\frac{\partial}{\partial t}u(x, t) \quad (2.4)$$



2.2. ábra. Az egyszerűsödött RC modell

2.1.2. Termikus rendszerek tranziense

A termikus rendszerek vizsgálatához a hővezetés egyenletéből indulunk ki.

$$k\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x, t) - \rho c\frac{\partial}{\partial t}T(x, t) = 0 \quad (2.5)$$

ahol k a termikus vezetőképesség, c a fajhő, ρ a sűrűség és T a hőmérséklet.

Fourier törvénye alapján felírható a hőáram összefüggése, így a következő egyenletrendszer adódik:

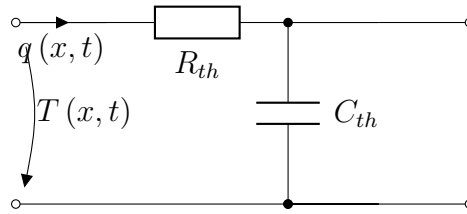
$$q = -k\frac{\partial}{\partial x}T(x, t) \quad (2.6)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}q(x, t) - \rho c\frac{\partial}{\partial t}T(x, t) = 0 \quad (2.7)$$

ahol q a hőáram.

$$\frac{\partial}{\partial x}T(x, t) = -\left(\frac{1}{k}\right)q(x, t) \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}q(x, t) = -(\rho c)\frac{\partial}{\partial t}T(x, t) \quad (2.9)$$



2.3. ábra. Termikus rendszerek modellje

$$\frac{\partial}{\partial x} T(x, t) = -R_{th} q(x, t) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} q(x, t) = -C_{th} \frac{\partial}{\partial t} T(x, t) \quad (2.11)$$

ahol $R_{th} = \frac{1}{k}$ és $C_{th} = \rho c$.

(2.3), (2.4) illetve (2.10), (2.11) között egyértelműen felfedezhető az analógia $u \Leftrightarrow T$ illetve $i \Leftrightarrow q$ megfeleltetéssel. Mivel sikerült megtalálnunk a megfeleltetést, minden termikus probléma vizsgálatát visszavezethetjük villamos RC hálózatok vizsgálatára.

2.2. A klasszikus fogalmak kiterjesztése elosztott rendszerekre

A hálózatelméletben használt fogalmaink hosszú múltra tekintenek vissza. Mind valamilyen módon azt tükrözi, hogy a tárgyalt hálózat diszkrét elemeket tartalmaz, hiszen ha egy rendszer időállandói kerülnek szóba, vagy a pólus-zérus elrendezés, már magukban hordozzák azt, hogy véges számú időállandóról avagy pólusról beszélünk. Az egész matematikai apparátus erre rendezkedett be, ami tökéletesen elegendő a szokványos áramköri hálózatok tárgyalásakor.

Az előzőekben bemutatott analógiából látható, hogy elméletileg minden nehézség nélkül tárgyalhatjuk a termikus rendszerek viselkedését is úgy, mint egy egyszerű áramköri hálózatét, az egyetlen feladatunk az, hogy valamilyen módon megalkossunk egy olyan ekvivalens áramköri kapcsolást, ami viselkedésében hűen visszaadja a termikus rendszerünk viselkedését. Ha jobban elkezdjük vizsgálni az analógiában felfedett fogalompárokat, akkor arra a megállapításra jutunk, hogy a helyzet nem ilyen egyszerű. Ha például veszünk egy egyszerű áramköri struktúrát, mint amilyen egy integrált áramköri tok, ami tartalmaz egy áramkört ami az egész rendszer hőforrása, már ezen is látszik, hogy a hőellenállás, illetve a hőkapacitás tokon belüli eloszlása nem határolható be egzakt módon. A hőáramunk forrástól csak a tok széléig tartó útját vizsgálva is belátható, hogy ezen az úton a hőellenállás és hőkapacitás, ennek köszönhetően a rendszerünk időállandói folytonosan változnak, a rendszerünk egy elosztott rendszer.

Abban az esetben, ha már induláskor nem akarunk valamilyen önkényes diszkretizálást végrehajtani, akkor valamilyen módon definiálnunk kell az egyes fogalmaknak az elosztott struktúrákra is használható változatát, ezzel új fogalmakat kell bevezetnünk.

Praktikussági okokból arra törekedünk, hogy a lineáris hálózatelméletből megszokott összefüggéseket konvolúciós összefüggések formájában írjuk fel. Ehhez csak egy dolog szükséges, valamennyi változónkat át kell skáláznunk logaritmikus léptékbe. A t időt, ω körfrekvenciát valamint az s komplex körfrekvenciát a következő jelöléssel használjuk:

$$z = \ln t \quad (2.12)$$

$$\Omega = \ln \omega \quad (2.13)$$

$$S = \ln s \quad (2.14)$$

A frekvencia esetén ez nem szokatlan (Bode diagram), de az idő esetén nem szokványos.

2.2.1. Az időállandó spektrum

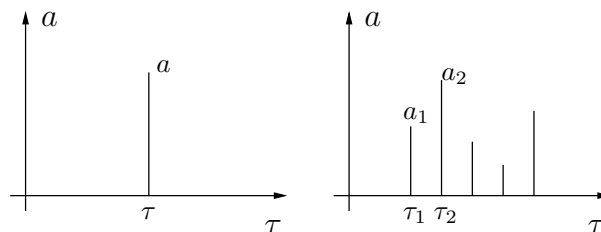
Mikrostruktúrák dinamikus termikus viselkedésének modellezéséhez egy RC kétpólust használhatunk[6]. Ez a kétpólus tulajdonképpen magát a hőelvezetést jellemzi, vagyis a hő keletkezésének helyétől milyen út vezet el a külvilágig.

Egy ilyen kétpólus jellemzésének a hálózatelméletből jól ismert módja, ha valamilyen módon információt szerzünk az időállandóiról. Elsődlegesen az érdekel minket, hogy milyen időállandói vannak a rendszernek, és azoknak milyen az erőssége, intenzitása. Ezek meg fognak jelenni a kétpólusunk válaszfüggvényében.

Az időállandó fogalma abból a tényből táplálkozik, hogy az adott rendszer amit jellemez, diszkrét pólusokkal, diszkrét elemekkel rendelkezik. A termikus rendszerek azonban nem ilyen diszkrét rendszerek, elosztott paraméteres RC hálózatokkal írhatóak csak le. Valamilyen módon le kell írunk egy ilyen rendszer időállandóit. Erre szolgál az időállandó-spektrum.

Ha egy egyszerű RC tag egységugrásra adott válasza $a(t)$, akkor azt a következő formában írhatjuk fel:

$$a(t) = R \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (2.15)$$



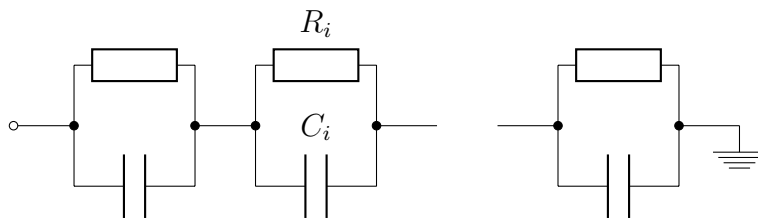
2.4. ábra. Egy illetve több tagból álló RC kétpólus diszkrét időállandó spektruma

Ebben az esetben az időállandó-spektrum egy R magasságú vonal (2.4. a) ábra).

Ha a kétpólusunk bonyolultabb és több időállandóval is rendelkező koncentrált RC hálózat, akkor az ugrásválaszát a (2.15) formájú tagok összegeként adhatjuk meg.

$$a(t) = \sum_{i=1}^n R_i \left(1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)} \right) \quad (2.16)$$

Ennek spektruma sok, különböző időállandójú és különböző nagyságú vonalból áll (2.4. b) ábra). Az időállandókhöz tartozó R_i tényezőket az adott időállandó intenzitásának nevezzük. Ez azt adja meg, hogy az adott időállandó milyen intenzitással fog megjelenni az ugrásválaszban. Ez az R_i tag meg fog egyezni az i -ik időállandóhoz tartozó RC tag R ellenállásával.



2.5. ábra. RC kétpólus Foster helyettesítése

Ha ismert az ugrásválasz (2.16) alakja, akkor egyértelműen meghatározhatjuk az ezen függvényt megvalósító Foster hálózat (2.5. ábra) elemeinek az értékét. Az R_i intenzitások megegyeznek a Foster hálózat ellenállásaival, a kapacitásokat az időállandóból és az intenzitásból határozhatjuk meg, $C_i = \tau_i/R_i$.

Ha az elosztott paraméteres hálózatok irányába eltoljuk ezt a leképezést, akkor a 2.5. ábrán látható Foster hálózat elemeinek a számát kell növelnünk oly módon, hogy a meglévő időállandók közé újakat hozunk be, és ügyelünk arra, hogy az ellenállások összege ne változzon. Ha a hálózatunk elemeinek száma a végtelenhez tart, akkor a τ tengely mentén folytonossá válik az időállandók spektruma. Azonban ha figyelembe vesszük azt a kitélt, hogy az ellenállások összegének változatlannak kell lennie, akkor az egyes τ értékekhez tartozó intenzitások nullához tartanak. Véges nagyságú intenzitás egy τ intervallumhoz tartozik. Ezek alapján definiálhatjuk az időállandók sűrűségét:

$$R(\tau) = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\text{a } \tau \text{ és } \tau + \Delta\tau \text{ közé eső időállandók intenzitása}}{\Delta\tau} \quad (2.17)$$

(2.16) analógiájára ezzel a sűrűségfüggvénnyel felírhatjuk az elosztott paraméteres RC kétpólusunk ugrásválaszát.

$$a(t) = \int_0^{\infty} R(\tau) \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \right] d\tau \quad (2.18)$$

A számításoknál célszerű áttérni a logaritmikus időtartományba. A logaritmikus idő változót jelöljük z -vel:

$$z = \ln t \quad (2.19)$$

Ennek megfelelően az időállandókat is transzformálnunk kell:

$$\zeta = \ln \tau \quad (2.20)$$

és módosítanunk kell az $R(\tau)$ időállandó sűrűség függvényt az $R(\zeta)$ logaritmikus időállandó sűrűség függvényre.

$$R(\zeta) = \lim_{\Delta\zeta \rightarrow 0} \frac{\text{a } \zeta \text{ és } \zeta + \Delta\zeta \text{ közé eső időállandók intenzitása}}{\Delta\zeta} \quad (2.21)$$

A logaritmikus időállandó sűrűséggel előállított ugrásválasz:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) \left[1 - e^{-\frac{t}{e^\zeta}} \right] d\zeta \quad (2.22)$$

Az időállandó spektrum meghatározása

A probléma több oldalról is megközelíthető, annak függvényében, hogy milyen információk állnak a rendelkezésünkre. Jelen esetben az ugrásválasz áll rendelkezésünkre (mérésből), így abból kell meghatároznunk az időállandó spektrumot. Írjuk be (2.19)-t (2.22) összefüggésbe.

$$a(z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) \left[1 - e^{-e^{z-\zeta}} \right] d\zeta \quad (2.23)$$

Ez egy konvolúciós típusú integrálegyenlet. Deriváljuk a fenti integrálegyenletet z szerint:

$$\frac{d}{dz} a(z) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) e^{(z-\zeta)-e^{(z-\zeta)}} d\zeta \quad (2.24)$$

Az alábbi módon definiáljuk a $w_t(z)$ függvényt:

$$w_t(z) = e^{(z-e^z)} \quad (2.25)$$

(2.24) és (2.25) összefüggésből:

$$\frac{d}{dz} a(z) = R(z) \otimes w_t(z) \quad (2.26)$$

2.2.2. Kapcsolat az idő és a frekvenciatartomány között

Hálózatelméletből ismert tény, hogy az ugrásválasz ismeretében meghatározható az átviteli függvény valamint az átviteli karakterisztika, vagyis a frekvenciatartománybeli viselkedés. Ehhez a Laplace transzformációt kell használnunk.

$$Z(s) = \mathcal{L} \left\{ \frac{da}{dt} \right\} = \int_0^{\infty} \frac{da}{dt} e^{-st} dt \quad (2.27)$$

$s = j\omega$ helyettesítéssel

$$Z(\omega) = \int_0^{\infty} \frac{da}{dt} e^{-j\omega t} dt \quad (2.28)$$

Áttérve logaritmikus változókra, $z = \ln t$, $\Omega = \ln \omega$.

$$Z(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{da}{dz} \Big|_{x=-z} e^{(-j \cdot e^{\Omega-x})} dx \quad (2.29)$$

Ez egy konvolúciós integrál:

$$Z(\Omega) = \left(\frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \otimes W(\Omega) \right) \quad (2.30)$$

ahol

$$W(\Omega) = e^{(-j \cdot e^{\Omega})} \quad (2.31)$$

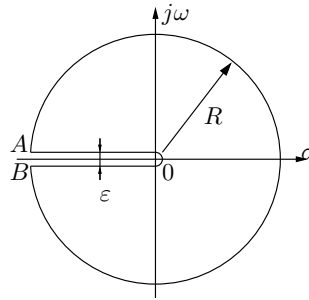
A tárgyalásunk középpontjában lineáris passzív hálózatok állnak. A további vizsgálatokhoz, valamint a matematikai problémák feltárása miatt nézzük meg egy egyszerű RC hálózat frekvenciatartománybeli válaszát. A Cauchy integrált használjuk ennek a kiszámítására:

$$Z(s) = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{Z(p)}{p-s} dp \quad (2.32)$$

A szingularitások a negatív valós tengelyen fekszenek. A zárt görbe menti integrál magyarázó ábrája látható a 2.6. ábrán, $\varepsilon \rightarrow 0$, $R \rightarrow \infty$. Az R görbe menti integrál nullához tart, a két vonal menti integrál ($A,0$ és $0,B$) egyenlő.

\Re a valós, \Im a képzetes részt jelöli. $p = -\sigma$ és $s = j\omega$ helyettesítésekkel:

$$Z(\omega) = \pm \frac{1}{2\pi j} \int_0^{\infty} \frac{2j\Im \{Z(-\sigma)\}}{-\sigma - j\omega} d\sigma \quad (2.33)$$



2.6. ábra. Az integrálás útja a komplex síkon

ahol a \pm előjel attól függ, hogy az $\Im\{Z\}$ függvény a $-\sigma$ tengely felett, vagy alatt van. Váltunk át logaritmikus változókra, $x = \ln -\sigma$, $\Omega = \ln \omega$:

$$Z(\Omega) = \mp \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Im\{Z(-e^x)\}}{1 + je^{\Omega-x}} dx \quad (2.34)$$

Ismét egy konvolúciós összefüggésre jutottunk:

$$Z(\Omega) = R(-\Omega) \otimes W_C(\Omega) \quad (2.35)$$

ahol az $R(-x)$ függvény írja le a struktúránkat (a póluskép koncentrált elemes esetben)

$$R(x) = \mp \frac{1}{\pi} \Im\{Z(s = -e^{-x})\} \quad (2.36)$$

és $W_C(\Omega)$ egy fix súlyfüggvény:

$$W_C(\Omega) = \frac{1}{1 + je^{\Omega}} \quad (2.37)$$

Ez a súlyfüggvény jelenti az átjárást a strukturális leírás ($R(x)$) és a viselkedési leírás ($Z(\omega)$) között.

Az elméleti összefüggések átfogalmazása a konvolúció segítségével

Fentebb már említésre került, hogy a jelen tárgyalás célja egy olyan hálózat, ami lineáris és csak passzív elemeket tartalmaz. Ennek meghatározható a transzfer impedanciája és az időtartománybeli válasza. A $Z(s)$ komplex impedancia szingularitásai a $\sigma < 0$ félsíkon fekszenek.

Időtartomány \rightarrow frekvenciatartomány

A probléma konvolúciós megoldásának levezetését már megtettük, az eredmény a (2.30) összefüggés. Különválasztva a valós és a képzetes részt:

$$\Re \{Z(\Omega)\} = W_R(\Omega) \otimes \frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \quad (2.38)$$

$$\Im \{Z(\Omega)\} = W_I(\Omega) \otimes \frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \quad (2.39)$$

ahol

$$W_R(\Omega) = \cos e^\Omega \quad (2.40)$$

$$W_I(\Omega) = -\sin e^\Omega \quad (2.41)$$

A valós és a képzetes rész közötti összefüggés \blacklozenge Konvolválva a (2.38)-t $W_I(\Omega)$ -val és (2.39)-t $W_R(\Omega)$ -val:

$$W_I(\Omega) \otimes \Re \{Z(\Omega)\} = W_I(\Omega) \otimes W_R(\Omega) \otimes \frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \quad (2.42)$$

$$W_R(\Omega) \otimes \Im \{Z(\Omega)\} = W_R(\Omega) \otimes W_I(\Omega) \otimes \frac{da}{dz} \Big|_{\Omega=-z} \quad (2.43)$$

A két egyenlet jobb oldalának egyezése triviális, ha figyelembe vesszük a konvolúció kommutatív és asszociatív tulajdonságát. Eredményül a bal oldalaknak is meg kell egyezniük.

$$W_I(\Omega) \otimes \Re \{Z(\Omega)\} = W_R(\Omega) \otimes \Im \{Z(\Omega)\} \quad (2.44)$$

$W_R(\Omega)$ és $W_I(\Omega)$ behelyettesítése után:

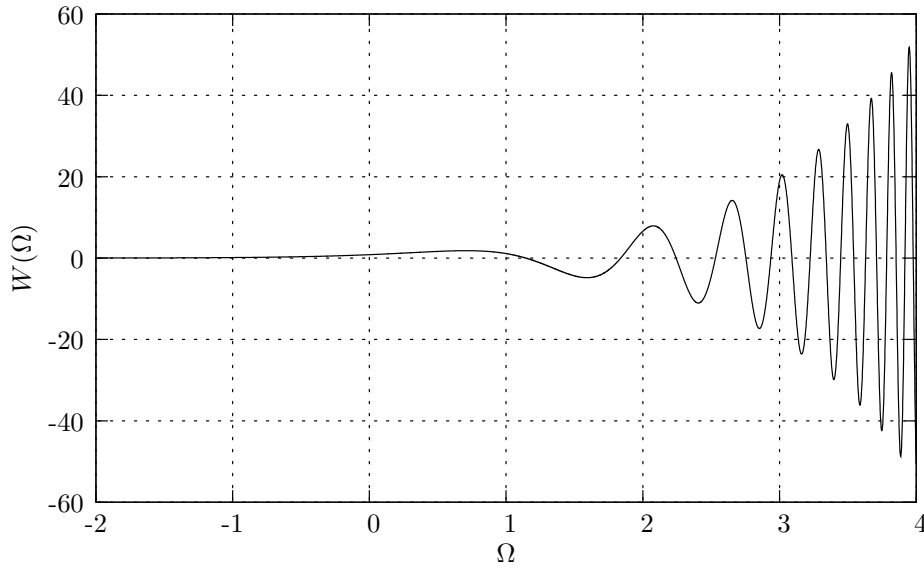
$$-\sin e^\Omega \otimes \Re \{Z(\Omega)\} = \cos e^\Omega \otimes \Im \{Z(\Omega)\} \quad (2.45)$$

A gyakorlati számításokkal kapcsolatos problémák

Az előző összefüggés aszimptotikus viselkedése a súlyfüggvényünk miatt matematikai nehézségeket okoz. Az olyan függvény, mint a $W(\Omega) = e^\Omega \sin e^\Omega$ exponenciálisan nő, és az oszcilláció is egyre intenzívebb $\Omega \rightarrow \infty$ esetén (lásd.: 2.7. ábra).

A következőkben bemutatott egyszerű módszerrel meg tudjuk oldani ezeket a problémákat. A különböző $W(\Omega)$ súlyfüggvényeket mindig a következő alakban használjuk:

$$A(\Omega) = W(\Omega) \otimes B(\Omega) \quad (2.46)$$

2.7. ábra. A $W(\Omega)$ függvény

Konvolváljuk ezt az egyenletet egy további $E(\Omega)$ függvénnyel. Legyen ez a függvény egy keskeny impulzus, egységnyi területtel.

$$E(\Omega) \otimes A(\Omega) = E(\Omega) \otimes W(\Omega) \otimes B(\Omega) = W^*(\Omega) \otimes B(\Omega) \quad (2.47)$$

Ez természetesen hibát fog okozni, ez a hiba azonban jól körülírható, és egy általunk megszabott határ alatt tartható. A hiba jellegéből adódóan felbontásvesztést okoz az $A(\Omega)$ függvényen, aminek mértéke szoros összefüggésben van az $E(\Omega)$ impulzus szélességével. A jobb oldalon a módosított $W^*(\Omega) = E(\Omega) \otimes W(\Omega)$ súlyfüggvényt használjuk. Ha az $E(\Omega)$ függvényt körültekintően választjuk meg, akkor a módosított súlyfüggvény sokkal jobban fog viselkedni. Az irodalomban [7] találhatóak olyan $E(X)$ függvények, amelyek a félérték szélességükkel paraméterezhetőek. Ezek a függvények garantálják, hogy a módosított súlyfüggvény nullához tartson, ha $\Omega \rightarrow \pm\infty$, és analitikus kifejezéssel szolgálnak, ha $e^\Omega \sin e^\Omega$, $e^\Omega \cos e^\Omega$ típusú függvényekkel kell konvolválni.

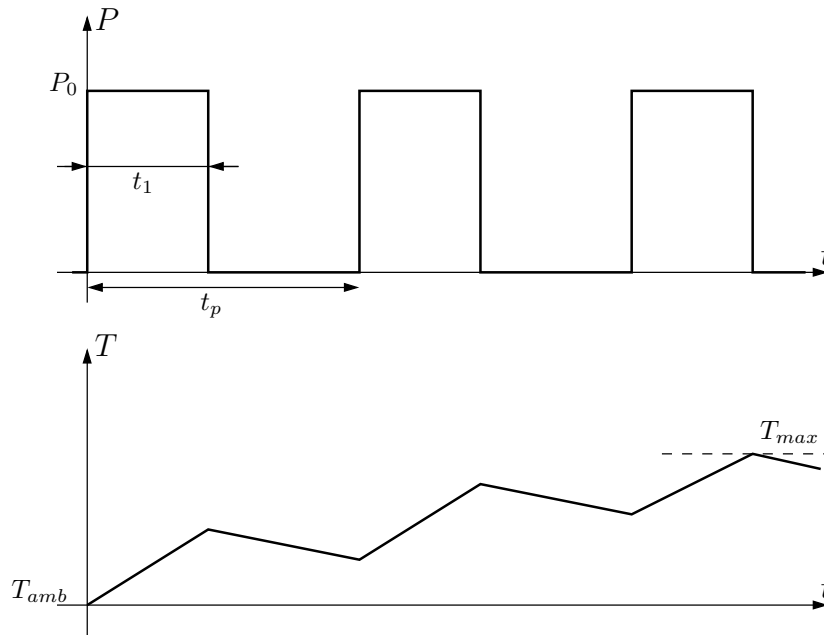
2.2.3. Az impulzus hőellenállás

A félvezető eszközök adatlapján rendszerint az eszköz termikus tulajdonságaival kapcsolatos információkat is közölnek. A legáltalánosabb ilyen paraméter a statikus hőellenállás, ami a félvezető áramkör aktív tartománya, és egy jól definiált külső tartomány közötti hőellenállás. Ez a külső tartomány lehet a környezet, ezt az esetet a szakirodalom junction-ambient termikus ellenállásnak nevezi. Más esetekben a külső tartomány a tok külső felületét jelenti, ekkor junction-case termikus ellenállással hivatkoznak rá.

Nagy körültekintés szükséges a megfelelő definícióhoz, megvalósításhoz, valamint a mérés peremfeltételeinek megadásához. Az aktív tartomány és a környezet közötti ellenállás mérése különösen érzékeny a megfelelő peremfeltételek beállítására [8]. A mért tok a hőt minden lehetséges irányba

vezetni fogja, de az aktuális hőáramunk eloszlása erősen függ a tok struktúrájától, valamint a környezetétől. Az adatlapok általában valamilyen módon utalnak a mérés körülményeire, mint "álló levegő mellett mérve", de ez még koránt sem nevezhető jól definiált peremfeltételeknek. Ez magyarázza meg azt a tényt, hogy egy ilyen adatlapon közölt hőellenállás érték mindig elég nagy bizonytalanságot rejt magában a termikus mérés peremfeltételeinek minden részletre kiterjedő definiálása nélkül.

Egy tok dinamikus termikus viselkedésének leírására általában az impulzus hőellenállás diagramját használják. Ha egy a 2.8. a) ábrán látható teljesítmény impulzus sorozattal gerjesztjük a rendszert, akkor a 2.8. b) ábrán látható módon fog az aktív zóna hőmérséklete emelkedni.



2.8. ábra. Impulzus terhelés és a termikus válasz

Az R_{th}^P impulzus hőellenállás definíciója:

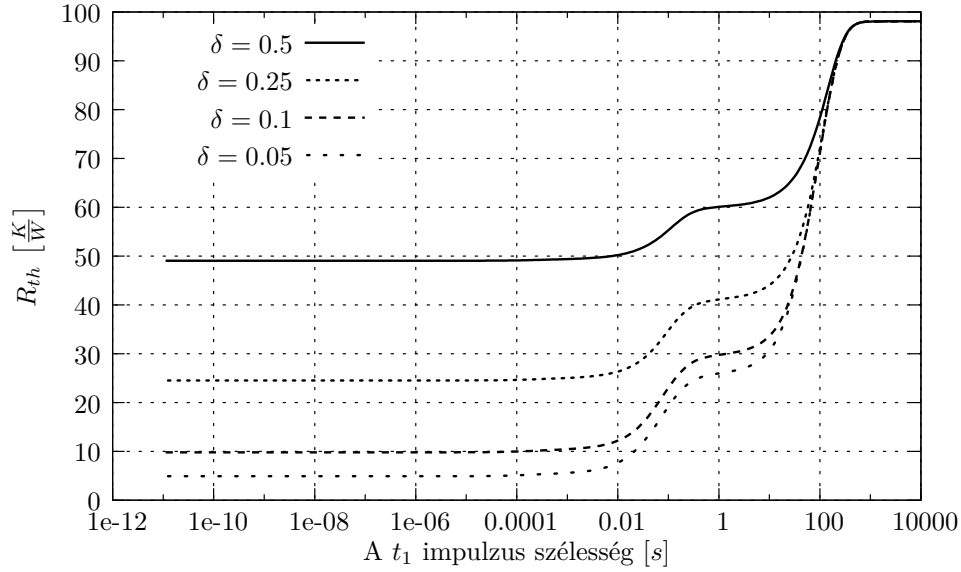
$$R_{th}^P(t_1, \delta) = \frac{T_{max} - T_{amb}}{P_0} \quad (2.48)$$

ahol δ a P_0 teljesítményugrások impulzus sorozatának kitöltési tényezője, T_{max} a maximális hőmérséklet, T_{amb} pedig a környezeti hőmérséklet.

Egy tipikus ilyen diagram látható a 2.9. ábrán.

Az impulzus hőellenállás kiszámítása az időállandó spektrumból

Tételezzük fel, hogy a 2.8. ábrán látható impulzus sorozat a gerjesztésünk, és már "régóta" gerjesztjük vele a rendszert. Először határozzuk meg a viselkedését egy RC tagnak, aminek a paraméterei, $\tau = RC$, $R = 1$. Ennek a hálózatnak az egységugrásra adott válasza $a(t) = 1 - e^{-t/\tau}$. Duhamel tételét használva a választ fel tudjuk írni a $0 \leq t \leq t_1$ tartományban.



2.9. ábra. Az impulzus hőellenállás diagram

$$b(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(1 - e^{-\frac{t+i \cdot t_p}{\tau}} \right) - \left(1 - e^{-\frac{t+i \cdot t_p - t_1}{\tau}} \right) \right] \quad (2.49)$$

A geometriai sorösszeget felismerve az exponenciális tagokat átalakíthatjuk:

$$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-\frac{i \cdot t_p}{\tau}} = \frac{1}{e^{\frac{t_p}{\tau}} - 1} \quad (2.50)$$

A válasz az átalakítás után:

$$b(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \frac{e^{\frac{t_1}{\tau}} - 1}{e^{\frac{t_p}{\tau}} - 1} \quad (2.51)$$

A függvény $t = t_1$ -ben veszi fel a maximumát:

$$b_{max} = \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau \delta}}} \quad (2.52)$$

Több RC tag esetén minden b_{max} értéket R -el súlyozva ki kell számolnunk. Ha tudjuk az $R(z)$ időállandó spektrumot, a $\zeta = \ln \tau$ tengely mentén integrálnunk kell azt.

$$T_{max}(z = \ln t_1, \delta) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta) \frac{1 - e^{-e^{z-\zeta}}}{1 - e^{-\frac{e^{z-\zeta}}{\delta}}} d\zeta \quad (2.53)$$

Ez egy konvolúciós összefüggés:

$$Z_{th}(z = \ln t_1, \delta) = R(z) \otimes \frac{1 - e^{-e^z}}{1 - e^{-\frac{e^z}{\delta}}} \quad (2.54)$$

2.3. A dekonvolúció megvalósíthatóságának határai

Az időállandó spektrum vagy időállandó sűrűség függvény definícióját megadtuk a 2.2.1 pont alatt. Koncentrált elemű hálózat esetén ez a függvény Dirac- δ függvények összege, ahol véges számú diszkrét időállandónk van.

$$R(\zeta) = \sum_{i=1}^p K_i \delta(\zeta - \ln \tau_i) \quad (2.55)$$

ahol a τ_i -k az időállandók, K_i a vonatkozó időállandó nagysága, p a pólusok száma. Elosztott hálózat esetén ez folytonos lesz, ahogy a 2.2.1 alatt látható.

A (2.26) egy olyan konvolúciós összefüggés, ahol egy fix $w_t(z)$ függvénnyel dekonvolválva a rendszer egységugrásra adott válaszát meghatározható az időállandó spektrum. A 2.2.2. pontban az idő és a frekvenciatartomány kapcsolatának tárgyalása alapján, a gondolatmeneten tovább haladva szintén egzakt konvolúciós összefüggés írható fel. Ennek részletei megtalálhatóak az irodalomban [7][3].

$$-\frac{d}{d\Omega} \Re \{Z(\Omega)\} = R(z = -\Omega) \otimes w_r(\Omega) \quad (2.56)$$

$$-\Im \{Z(\Omega)\} = R(z = -\Omega) \otimes w_i(\Omega) \quad (2.57)$$

ahol

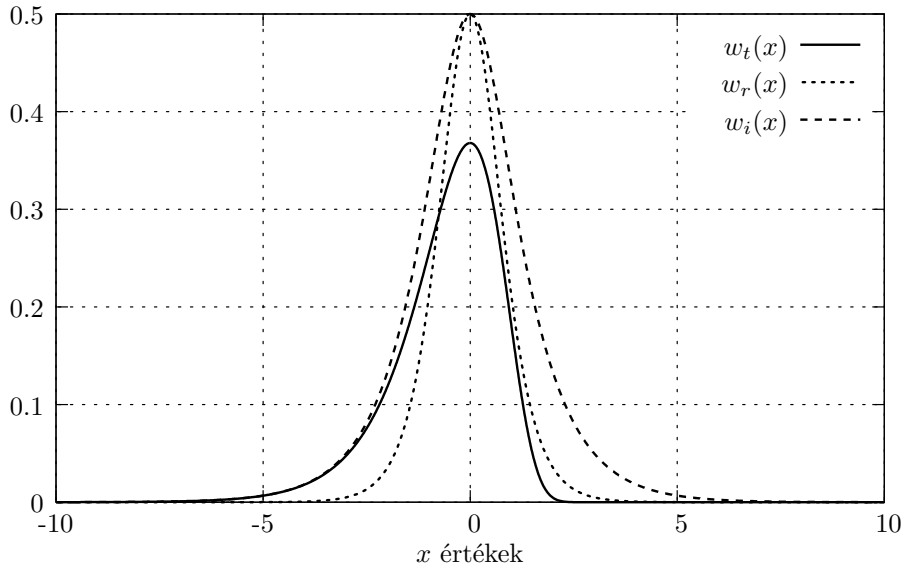
$$w_r(\Omega) = 2 \cdot \frac{e^{2\Omega}}{(1 + e^{2\Omega})^2} \quad (2.58)$$

$$w_i(\Omega) = \frac{e^{\Omega}}{1 + e^{2\Omega}} \quad (2.59)$$

$w_t(x)$, $w_r(x)$, $w_i(x)$ szükségesek a konvolúciók elvégzéséhez. Ezen függvények közös tulajdonsága, hogy tetszőleges x értékek esetén is folytonosak, maximumuk az $x = 0$ pontban van és $x \rightarrow \pm \infty$ -ben tűnnek el. A $(-\infty, \infty)$ tartományra vett integrálja a $w_t(x)$ és $w_r(x)$ függvényeknek 1, a $w_i(x)$ függvényé $\frac{\pi}{2}$.

Az eljárás pontosságának megállapításához egy három elemből álló koncentrált elemes tagot számoljunk végig. (2.55) alapján ismerjük az időállandó sűrűség felírását, valamint ismerjük a konvolúcióhoz szükséges $w_t(x)$ függvényt.

$$\frac{d}{dz} a(z) = R(z) \otimes w_t(z) = \quad (2.60)$$



2.10. ábra. A konvolúcióhoz szükséges három súlyfüggvény

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_i K_i \delta(\tau - \ln \tau_i) \cdot e^{(z-\tau)-e^{z-\tau}} d\tau = \\
 &= \sum_i K_i \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - \ln \tau_i) \cdot e^{(z-\tau)-e^{z-\tau}} d\tau \quad \text{ahol} \quad \tau = \ln \tau_i \\
 &= \sum_i K_i e^{z-\ln \tau_i - e^{z-\ln \tau_i}}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

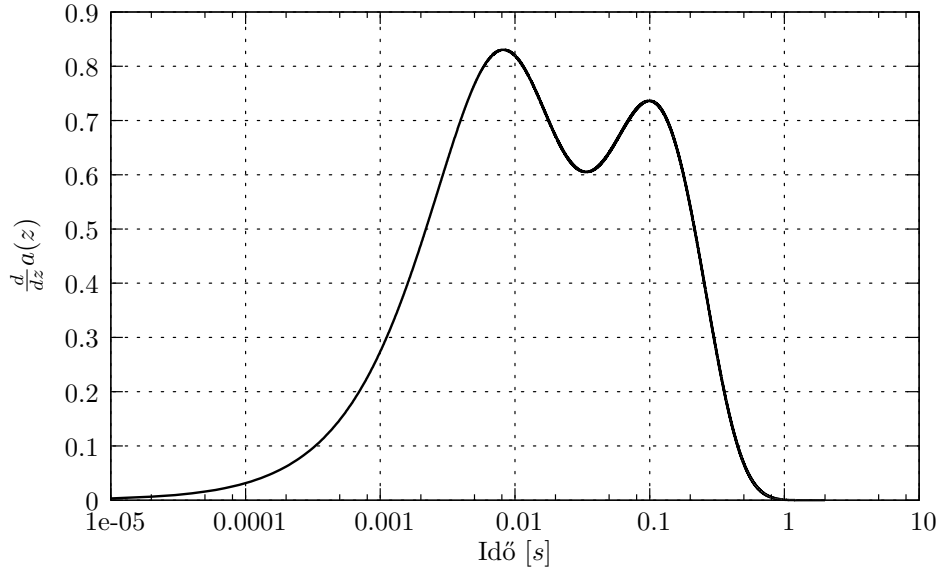
A példánkban szereplő három pólus paraméterei:

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= 5 \cdot 10^{-3}, K_1 = 1 \\
 \tau_2 &= 10 \cdot 10^{-3}, K_2 = 1 \\
 \tau_3 &= 100 \cdot 10^{-3}, K_3 = 2
 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dz} a(z) = e^{z-\ln 5 \cdot 10^{-3} - e^{z-\ln 5 \cdot 10^{-3}}} + e^{z-\ln 10 \cdot 10^{-3} - e^{z-\ln 10 \cdot 10^{-3}}} + 2 \cdot e^{z-\ln 100 \cdot 10^{-3} - e^{z-\ln 100 \cdot 10^{-3}}} \tag{2.62}$$

Ha megfigyeljük a kapott $\frac{d}{dz} a(z)$ görbét, akkor felfedezhető, hogy ez az időállandó spektrum erősen torzított, elmosódott képe. Az elmosódottságot a súlyfüggvényeink félértékszélességével jellemezhetjük.

Ha kicsit közelebbről is megvizsgáljuk a felbontásunk romlásának okait, vizsgáljuk meg az eredmény meghatározására használt konvolúciós összefüggést. Ez az összefüggés a következő jellegű:

2.11. ábra. Az egységugrásra adott válasz $\frac{d}{dz}$ deriváltja

$$m(x) = v(x) \otimes w(x) \quad (2.63)$$

ahol $m(x)$ a hálózat válaszfüggvénye, $v(x)$ a hálózatot reprezentáló függvény és $w(x)$ a három fix súlyfüggvény egyike. Vegyük ennek az összefüggésnek a Fourier transzformáltját:

$$m(x) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau)w(x - \tau)d\tau$$

$$M(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} m(x)e^{-2\pi j\Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} v(\tau)w(x - \tau)d\tau \right] \cdot e^{-2\pi j\Phi x} dx \quad (2.64)$$

y mint új változó bevezetése:

$$x - \tau = y \quad ; \quad dx = dy$$

$$M(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau v(\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} w(y) \cdot e^{-2\pi j(\tau+y)} dy \right] = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} v(\tau)e^{-2\pi j\tau} d\tau}_{V(\Phi)} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} w(y)e^{-2\pi jy} dy}_{W(\Phi)}$$

$$M(\Phi) = V(\Phi) \cdot W(\Phi) \quad (2.65)$$

A Fourier tartományban a konvolúciós összefüggésünk a (2.65) összefüggésben látható szorzássá egyszerűsödött. A $V(\Phi)$ függvényünk felbontásának romlásáért a $W(\Phi)$ függvény a felelős. Nézzük meg közelebbről a súlyfüggvényeink frekvencia tartománybeli viselkedését.

2.3.1. A súlyfüggvények frekvencia tartománybeli viselkedése $w_t(x)$

$$w_t(x) = e^{x-e^x} \quad (2.66)$$

$$W_t(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} w_t(x) e^{-2\pi j \Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{x-e^x-2\pi j \Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-e^x-2\pi j \Phi x} \cdot e^x dx$$

 y bevezetése, mint új változó.

$$e^x = y \quad ; \quad e^x dx = dy$$

$$W_t(\Phi) = \int_0^{\infty} e^{-y-2\pi j \Phi \ln(y)} dy = \int_0^{\infty} e^{-y} \cdot e^{-2\pi j \Phi \ln(y)} dy = \int_0^{\infty} e^{-y} \cdot e^{\ln(y)^{-2\pi j \Phi}} dy$$

$$\begin{aligned} W_t(\Phi) &= \int_0^{\infty} e^{-y} \cdot y^{-2\pi j \Phi} dy = \int_0^{\infty} e^{-y} y^{(1-2\pi j \Phi)-1} dy = \\ &= \Gamma(1 - 2\pi j \Phi) = \Gamma(1 + (-2\pi j \Phi)) \end{aligned}$$

$$W_t(\Phi) = -2\pi j \Phi \cdot \Gamma(-2\pi j \Phi) \quad (2.67)$$

(2.67) összefüggést használva:

$$\begin{aligned} |W_t(\Phi)|^2 &= W_t(\Phi) W_t^*(\Phi) = (-2\pi j \Phi \cdot \Gamma(-2\pi j \Phi)) \cdot (2\pi j \Phi \cdot \Gamma^*(-2\pi j \Phi)) = \\ &= (2\pi \Phi)^2 \cdot |\Gamma(-2\pi j \Phi)|^2 = (2\pi \Phi)^2 \frac{\pi}{(-2\pi \Phi) \cdot \sinh(\pi(-2\pi \Phi))} = \\ &= -\frac{2\pi^2 \Phi}{\sinh(-2\pi^2 \Phi)} = \frac{2\pi^2 \Phi}{\sinh(2\pi^2 \Phi)} \end{aligned}$$

$$|W_t(\Phi)| = \pi \sqrt{\frac{2\Phi}{\sinh(2\pi^2 \Phi)}} \quad (2.68)$$

 $w_i(x)$

$$w_i(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \quad (2.69)$$

$$W_i(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} w_i(x) \cdot e^{-2\pi j \Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \cdot e^{-2\pi j \Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^x)^{-2\pi j \Phi}}{1 + e^{2x}} \cdot e^x dx$$

 y mint új változó bevezetése:

$$e^x = y \quad ; \quad e^x dx = dy$$

$$W_i(\Phi) = \int_0^{\infty} \frac{y^{-2\pi j\Phi}}{1+y^2} dy$$

(A.15) komplex integrált használva

$$|W_i(\Phi)| = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\cosh(\pi^2\Phi)} \quad (2.70)$$

$w_r(x)$

$$w_r(x) = 2 \cdot \frac{e^{2x}}{(1+e^{2x})^2} \quad (2.71)$$

$$W_r(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} w_r(x) \cdot e^{-2\pi j\Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} 2 \cdot \frac{e^{2x}}{(1+e^{2x})^2} \cdot e^{-2\pi j\Phi x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{2x})^{-\pi j\Phi}}{(1+e^{2x})^2} \cdot 2e^{2x} dx$$

y mint új változó bevezetése:

$$2e^{2x} = y \quad ; \quad 2e^{2x} dx = dy$$

$$W_r(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^{-\pi j\Phi}}{(1+y)^2} dy$$

(A.24) komplex integrált használva

$$|W_r(\Phi)| = \frac{\pi^2\Phi}{\sinh(\pi^2\Phi)} \quad (2.72)$$

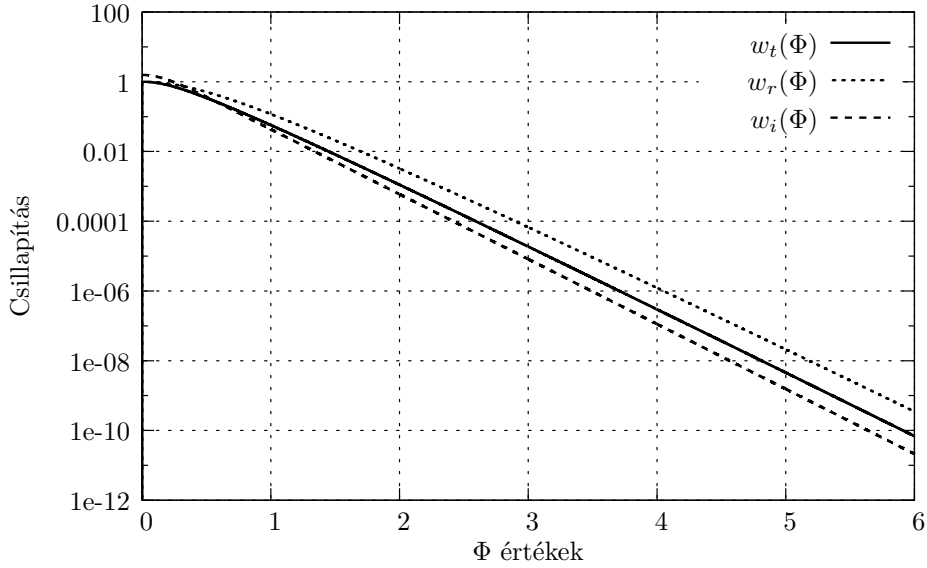
A 2.12. ábrán jól látható, hogy valamennyi súlyfüggvényünk aluláteresztő jellegű, a $V(\Phi)$ függvényünk magasabb frekvenciás komponenseit erősen csillapítják. Ezek alapján a $w_r(x)$ függvény látszik a legalkalmasabbnak a három súlyfüggvény közül, ez csillapítja kevésbé a magasabb frekvenciájú komponenseket.

2.3.2. Fourier módszer

A (2.65) összefüggés átrendezésével könnyedén meg tudjuk valósítani a dekonvolúciót:

$$V(\Phi) = \frac{M(\Phi)}{W(\Phi)} \quad (2.73)$$

Elméletileg ezzel az egyszerű osztással meg tudjuk határozni az általunk keresett időállandó spektrumot, az eljárást Fourier inverz szűrésnek nevezi az irodalom. Az előzőekben tárgyalt jellege a $W(\Phi)$ függvényeknek azonban további problémákat fog jelenteni. Mivel magasabb Φ

2.12. ábra. A három súlyfüggvény Φ -tartománybeli spektruma

frekvenciákon az értéke nagyon kicsi, az osztás rendkívül felerősíti az $M(\Phi)$ függvény magasabb frekvenciás komponenseit, valamint ezzel együtt ennek zajkomponensét is. Ez a felerősített zaj akkora lehet, ha nem nagyobb, mint a hasznos jelszint, így teljesen elfedve azt. A jel/zaj viszony részletes tárgyalása megtalálható az irodalomban [3].

A továbbiakban az inverz Fourier szűrés következtében fellépő zaj csökkentését nézzük meg közelebbről.

Ha meg tudjuk állapítani, hogy mely Φ_M maximális frekvencia az, ami alatt a zajkomponens nem erősítjük fel annyira, hogy az elfedje a hasznos jelet, akkor magától értetődő megoldás lenne, ha minden Φ_M feletti értéket figyelmen kívül hagynánk, az alatta levőeket pedig csillapítás nélkül alkalmaznánk. Sajnos ilyen módon nem állítható elő a megoldás, a szűrés ezen módja úgy viselkedik, mint egy ideális aluláteresztő szűrő. Az közismert, hogy ennek a szűrőnek a Dirac- δ függvényre adott válasza a $\frac{\sin x}{x}$ függvény. Ez azt jelenti, hogy a $v(x)$ függvény minden diszkrét spektrumvonala a $\frac{\sin x}{x}$ szerint súlyozva jelenik meg. Az eredmény egy jelentős hullámmás lesz a spektrumban, ahol nehéz elválasztani a valós spektrumvonalakat a hullámmás hatásától.

Ebből a jelenségből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy olyan szűrőkarakterisztikát kell választanunk, ami nem okoz ilyen lengéseket, monotonan növekedjen a maximum értékig, majd monotonan csökkenjen. Egy kézenfekvő megoldást nyújthat a Gauss szűrő, amit a következő karakterisztikával jellemezhetünk:

$$F(\Phi) = e^{-\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2} \quad (2.74)$$

a válaszfüggvény, ami szintén egy Gauss függvény:

$$\begin{aligned}
f(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(\Phi) e^{2\pi j \Phi x} d\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2} e^{2\pi j \Phi x} d\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2 + 2\pi j \Phi x} d\Phi = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\Phi_0^2} [\Phi^2 - 2\pi j \Phi_0^2 \Phi x]} d\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{\Phi_0^2} \{(\Phi - \pi j \Phi_0^2 x)^2 + (\pi \Phi_0^2 x)^2\}} d\Phi = e^{-(\pi \Phi_0 x)^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - \pi j x\right)^2} d\Phi
\end{aligned}$$

y bevezetése, mint új változó.

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} - \pi j x = y \quad ; \quad \frac{d\Phi}{\Phi_0} = dy \longrightarrow d\Phi = \Phi_0 dy$$

$$f(x) = \Phi_0 e^{-(\pi \Phi_0)^2 x^2} \cdot \underbrace{\int_{-\infty - \pi j x}^{\infty - \pi j x} e^{-y^2} dy}_{\sqrt{\pi}}$$

$$f(x) = \sqrt{\pi} \Phi_0 e^{-(\pi \Phi_0)^2 x^2} \quad (2.75)$$

A függvénynek $x = 0$ értéknél van maximuma.

$$f(0) = \sqrt{\pi} \Phi_0$$

A Δx félértékszélesség:

$$\begin{aligned}
f\left(\pm \frac{\Delta x}{2}\right) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \Phi_0 \\
\sqrt{\pi} \cdot \Phi_0 e^{-(\pi \Phi_0)^2 \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \Phi_0 \\
e^{-(\pi \Phi_0)^2 \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} &= \frac{1}{2} \\
-(\pi \Phi_0)^2 \left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 &= -\ln 2 \\
\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 &= \frac{\ln 2}{(\pi \Phi_0)^2} \\
\Delta x &= \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi \Phi_0} \quad (2.76)
\end{aligned}$$

Az $F(\Phi)$ karakterisztikája a 2.13. ábrán látható.

Egy másik lehetséges megoldás a következő függvény használata:

$$f(x) = \begin{cases} 2\Phi_0 \cos^2(\pi\Phi_0 x) & \text{ha } -\frac{1}{2\Phi_0} \leq x \leq \frac{1}{2\Phi_0} \\ 0 & \text{a többi esetben} \end{cases} \quad (2.77)$$

A Fourier transzformált $F(\Phi)$ spektrum:

$$\begin{aligned} F(\Phi) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi j \Phi x} dx = \int_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} 2\Phi_0 \cos^2(\pi\Phi_0 x) \cdot e^{-2\pi j \Phi x} dx = \\ &= \frac{\Phi_0}{2} \int_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} (e^{j\pi\Phi_0 x} + e^{-j\pi\Phi_0 x})^2 \cdot e^{-2\pi j \Phi x} dx = \\ &= \frac{\Phi_0}{2} \int_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} (e^{2\pi j \Phi_0 x} + 2 + e^{-2\pi j \Phi_0 x}) \cdot e^{-2\pi j \Phi x} dx = \frac{\Phi_0}{2} \int_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} e^{2\pi j(\Phi_0 - \Phi)x} + 2e^{-2\pi j \Phi x} + e^{-2\pi j(\Phi_0 + \Phi)x} dx = \\ &= \frac{\Phi_0}{2} \frac{1}{2\pi j} \left[\frac{e^{2\pi j(\Phi_0 - \Phi)x}}{\Phi_0 - \Phi} - 2 \frac{e^{-2\pi j \Phi x}}{\Phi} - \frac{e^{-2\pi j(\Phi_0 + \Phi)x}}{\Phi_0 + \Phi} \right]_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} = \\ &= \frac{\Phi_0}{4\pi j} \left[\left(\frac{e^{2\pi j \Phi_0 x}}{\Phi_0 - \Phi} - \frac{e^{-2\pi j \Phi_0 x}}{\Phi_0 + \Phi} - \frac{2}{\Phi} \right) \cdot e^{-2\pi j \Phi x} \right]_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} = \\ &= \frac{\Phi_0}{4\pi j} \left[\left(\frac{(\Phi_0 + \Phi)e^{2\pi j \Phi_0 x} - (\Phi_0 - \Phi)e^{-2\pi j \Phi_0 x}}{\Phi_0^2 - \Phi^2} - \frac{2}{\Phi} \right) \cdot e^{-2\pi j \Phi x} \right]_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} = \\ &= \frac{\Phi_0}{4\pi j} \left[\left\{ \frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 - \Phi^2} (e^{2\pi j \Phi_0 x} - e^{-2\pi j \Phi_0 x}) + \frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 - \Phi^2} (e^{2\pi j \Phi_0 x} + e^{-2\pi j \Phi_0 x}) - \frac{2}{\Phi} \right\} \cdot e^{-2\pi j \Phi x} \right]_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} \\ &= \frac{\Phi_0}{2\pi} \left[\left\{ \frac{\Phi_0}{\Phi_0^2 - \Phi^2} \underbrace{\sin(2\pi\Phi_0 x)}_{x=\pm\frac{1}{2\Phi_0} \rightarrow \sin(\pm\pi)=0} - j \frac{\Phi}{\Phi_0^2 - \Phi^2} \cos(2\pi\Phi_0 x) - \frac{1}{\Phi} \right\} \cdot e^{-2\pi j \Phi x} \right]_{-\frac{1}{2\Phi_0}}^{\frac{1}{2\Phi_0}} = \\ &= \frac{\Phi_0}{2\pi j} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_0^2 - \Phi^2} \left(\cos \pi \cdot e^{-\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} - \cos(-\pi) \cdot e^{\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right) - \frac{1}{2\pi j} \cdot \frac{\Phi_0}{\Phi} \left(e^{-\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} - e^{\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right) = \\ &= -\frac{1}{2\pi j} \cdot \frac{\Phi_0 \Phi}{\Phi_0^2 - \Phi^2} \left(e^{-\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} - e^{\pi j \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right) + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Phi_0}{\Phi} \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\Phi_0 \Phi}{\Phi_0^2 - \Phi^2} \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Phi_0}{\Phi} \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Phi_0 \Phi}{\Phi_0^2 - \Phi^2} + \frac{\Phi_0}{\Phi} \right) \sin \left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Phi_0 \Phi^2 + \Phi_0(\Phi_0^2 - \Phi^2)}{\Phi(\Phi_0^2 - \Phi^2)} \sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = \frac{1}{\pi} \frac{\Phi_0^3}{\Phi(\Phi_0^2 - \Phi^2)} \sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = \frac{\sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \left(1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2\right)}$$

$$F(\Phi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right)}{\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2} \quad (2.78)$$

$\Phi \rightarrow 0$ esetén, legyen $\frac{\Phi}{\Phi_0} = y$,

$$F(y) = \frac{\sin(\pi y)}{\pi y} \cdot \frac{1}{1 - y^2}$$

$$F(0) = \lim_{y \rightarrow 0} F(y) = \frac{\pi y + \dots}{\pi y} \cdot \frac{1}{1 - y^2} = 1$$

$f(x)$ függvénynek $x = 0$ értéknél van maximuma

$$f(0) = 2\Phi_0$$

A Δx félértékszélesség:

$$f\left(\frac{\Delta x}{2}\right) = \Phi_0$$

$$2\Phi_0 \cos^2\left(\frac{\pi\Phi_0}{2}\Delta x\right) = \Phi_0$$

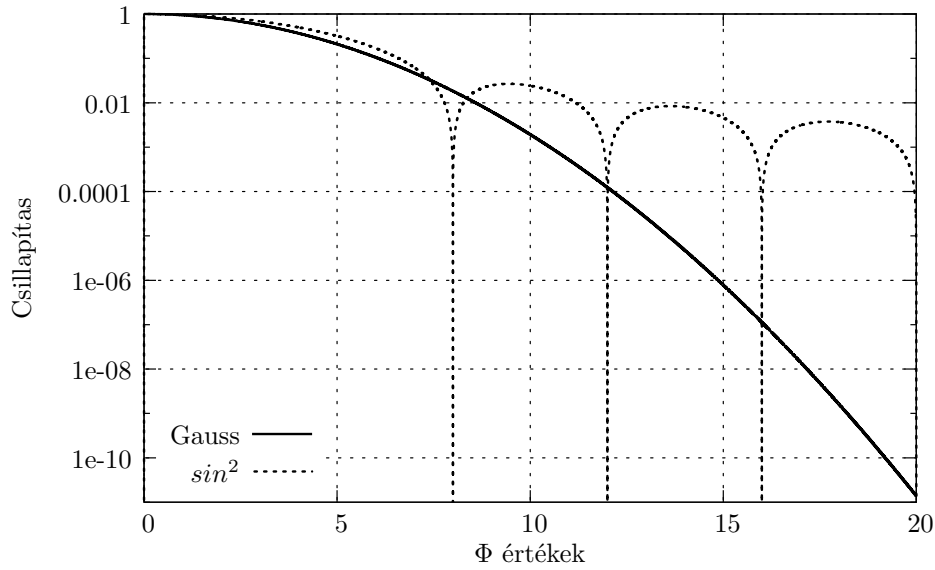
$$\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\Phi_0\Delta x\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\Phi_0\Delta x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}\Phi_0\Delta x = \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2\Phi_0} \quad (2.79)$$

A Φ tartományban elvégzett szűrés sajnos még nem oldja meg minden problémánkat. (2.73) összefüggésben a nevezőnk annyira kis értékekből áll, hogy az numerikus problémákhoz vezet, a numerikus zaj fog rendkívül felerősödni, így a számolt időállandó spektrumban, még mindig nem tudjuk majd valamennyi pólust identifikálni. Ha megnöveljük a $W(\Phi)$ értékeit, akkor ez a numerikus zaj kevésbé jelentkezik. Ezt a növelést akár egy hozzáadott mesterséges zajkomponenssel is el tudjuk érni. Ennek nagyságát megfelelően megválasztva a végeredményünk igen kicsi befolyásolásával túl tudunk jutni a numerikus problémán. [4]

2.13. ábra. A Gauss és a \sin^2 szűrő karakterisztikája

2.3.3. Bayes iterációs módszer

A dekonvolúció némi absztrakcióval megközelíthető valószínűségi oldalról is. A Bayes posztulátumon alapuló eljárásoknak rendkívül nagy múltja van, manapság talán a legelterjedtebben képfeldolgozásnál alkalmazzák. Azzal, hogy a valószínűség fogalmát használjuk, azt az árat kell fizetnünk, hogy az eljárásunk csak pozitív értékekre fog működni. Ez a mi esetünkben azzal fog járni, hogy csak abban az esetben tudjuk alkalmazni, ha a mérési és a meghajtási pont egybeesik. Ez a mérések többségénél elegendő, a hatalmas plusz előnye ennek a módszernek az inverz Fourier szűréssel szemben a nagymértékű zavarérzékletlensége.

Induljunk ki ugyanazokból az összefüggésekből, mint a Fourier módszer bemutatásakor.

$$m(x) = \int w(x, \tau)v(\tau)d\tau \quad (2.80)$$

Ebben az általános formában $m(x)$ a hálózat válaszfüggvénye, $v(\tau)$ a hálózatot reprezentáló függvény és $w(x, \tau)$ a fix súlyfüggvény. Láthatjuk, hogy $v(\tau)$ kifejezhető, ha w inverze, iw meghatározható:

$$v(\tau) = \int iw(x, \tau)m(x)dx \quad (2.81)$$

A probléma jellege hasonló a statisztikai problémákhoz, ebben az esetben a priori eloszlás keresésére vezethető vissza, amikor az a posteriori valószínűség és a megfigyelés eredménye ismert. Bayes elméletének publikálása óta egy ilyen jellegű probléma megfontolásra érdemes. Az állítás lényege magában foglalja azt, hogy előírjuk egy tartományon az a priori eloszlást. Jelen esetben mivel w diszperzív, az a priori eloszlás $v(\tau)$ az $m(x)$ által meghatározott határok között kell,

hogy legyen. Mivel a Bayes elmélet a valószínűség fogalmán alapszik, ha a dekonvolúció problémáját ilyen környezetben tudjuk újradefiniálni, illetve ha találunk megfelelő eljárást a megoldás előállításához, a pozitivitás biztosított. Ha a $w(x, \tau)$ függvény normalizált, akkor felírható úgy, mint egy feltételes valószínűség, $w(\tau|x)$. (2.80) és (2.81) jelöléseit használva:

$$m(x) = \int w(x|\tau)v(\tau)d\tau \quad (2.82)$$

és

$$v(\tau) = \int w(\tau|x)m(x)dx \quad (2.83)$$

A Bayes tétel legegyszerűbb formájában azt állítja, hogy ha ismert az A és B események valószínűsége, és a $P(B|A)$ feltételes valószínűség, akkor:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (2.84)$$

A tétel hasonló formában általánosítható sűrűségfüggvényekre és valószínűségi mértékekre is.

A Bayes elmélet szerint a függvények definíciója a következő:

$$w(\tau|x) = \frac{w(x|\tau)v(\tau)}{m(x)} = \frac{w(x|\tau)v(\tau)}{\int w(x|\tau)v(\tau)d\tau} \quad (2.85)$$

Ha ezt a kifejezést beírjuk (2.83) kifejezésébe

$$v(\tau) = \int \frac{v(\tau)w(x|\tau)m(x)dx}{\int w(x|\tau)v(\tau)d\tau} \quad (2.86)$$

ami a következő összefüggést mutatja

$$\int \frac{w(x|\tau)m(x)dx}{\int w(x|\tau)v(\tau)d\tau} \quad (2.87)$$

azonosan egységnyi lesz, tehát a korrekt kifejezés $v(\tau)$ -hoz. Ha a $v'(\tau)$ nem ideális függvényt használjuk $v(\tau)$ helyett és behelyettesítjük (2.86) összefüggésébe

$$f(\tau) = v'(\tau) \int \frac{w(x|\tau)m(x)dx}{\int w(x|\tau)v'(\tau)d\tau} \quad (2.88)$$

ahol $f(\tau)$ nem lesz egyenlő a $v'(\tau)$ -val, de egy módosított, jobb közelítése lesz a $v(\tau)$ függvénynek. Mivel meg kell mutatni, hogy ez az állítás igaz, meg kell adni egy olyan iteratív kifejezést ami elő fogja állítani a $v(\tau)$ függvényt. Az előző jelölésekkel felírva:

$$v^{(n+1)}(\tau) = v^{(n)}(\tau) \int \frac{w(x|\tau)m(x)dx}{\int w(x|\tau)v^{(n)}(\tau)d\tau} \quad (2.89)$$

ahol n az iterációs száma a rekurzív összefüggésnek. Numerikus számításokhoz igazítva vektorokkal felírva:

$$v_i^{(n+1)} = v_i^{(n)} \sum_k \frac{w_{k,i} m_k}{\sum_j w_{k,j} v_j^{(n)}} \quad (2.90)$$

2.4. Transzformáció a Foster és Cauer kanonikus alakok között

2.4.1. Foster - Cauer transzformáció

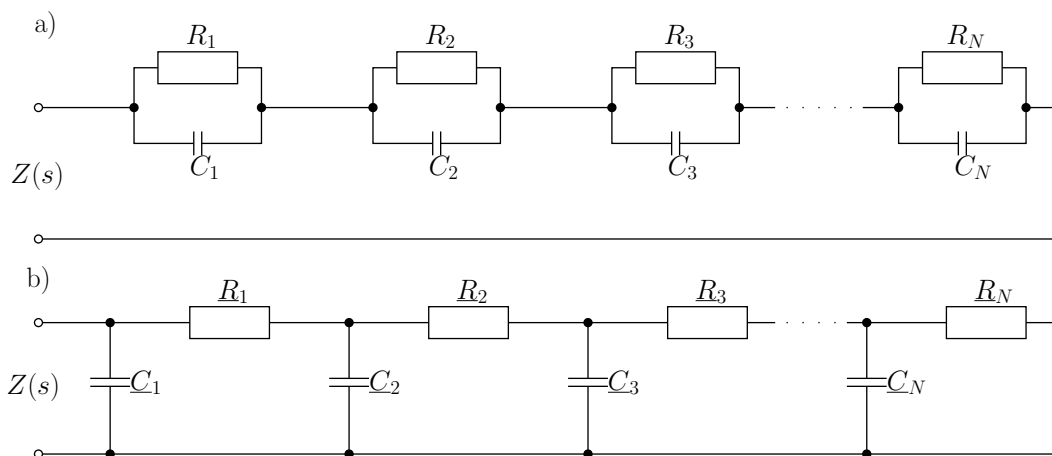
A Foster hálózat R_i , C_i elemértékei ismertek. A hálózat komplex impedanciája:

$$Z(s) = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{1 + sR_i C_i} \quad (2.91)$$

A kifejezést összegezve majd közös nevezőre hozva az eredmény két polinom hányadosa.

$$Z(s) = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots + n_{N-1} s^{N-1}}{d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots + d_N s^N} \quad (2.92)$$

ahol az n_i , d_i együtthatók valósak.



2.14. ábra. A Foster a) és Cauer b) RC hálózat kanonikus modellje

Az első lépésben a párhuzamos kapacitást fejezzük ki $Z(s)$ -ből. Ha $s \rightarrow \infty$, akkor az admittancia felírásánál használhatjuk a következő közelítést:

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} \simeq \frac{d_N}{n_{N-1}} s = \underline{C_1} s \quad (2.93)$$

A kifejezett kapacitás $\underline{C_1} = \frac{d_N}{n_{N-1}}$. Most ennek a kapacitásnak az admittanciáját kivonjuk az $Y(s) = \frac{1}{Z(s)}$ kifejezésből. A kivonás során a s^N elem fokszáma csökkenni fog a számlálóban:

$$Y^*(s) = Y(s) - \underline{C_1} s = \frac{d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots + d_N s^N}{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots + n_{N-1} s^{N-1}} - \underline{C_1} s$$

$$Y^*(s) \frac{d^*_0 + d^*_1 s + d^*_2 s^2 + \dots + d^*_N s^{N-1}}{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots + n_{N-1} s^{N-1}} \quad (2.94)$$

A következő lépésben a soros ellenállást fejezzük ki $Z^*(s)$ -ből. Ha $s \rightarrow \infty$, akkor az impedanciát közelítőleg így írhatjuk:

$$Z^*(s) \simeq \frac{n_{N-1}}{d^*_{N-1}} = \underline{R_1} \quad (2.95)$$

Most ezt vonjuk ki a $Z^*(s)$ kifejezésből. A kivonás során a s^{N-1} tag fokszáma csökkenni fog a számlálóban:

$$Z^{**}(s) = Z^*(s) - \underline{R_1} = \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots + n_{N-1} s^{N-1}}{d^*_0 + d^*_1 s + d^*_2 s^2 + \dots + d^*_N s^{N-1}} - \underline{R_1}$$

$$Z^{**}(s) = \frac{n^*_0 + n^*_1 s + n^*_2 s^2 + \dots + n^*_{N-2} s^{N-2}}{d^*_0 + d^*_1 s + d^*_2 s^2 + \dots + d^*_N s^{N-1}} \quad (2.96)$$

Most ismét egy olyan impedanciát kaptunk, mint (2.92), de a számláló és a nevező fokszáma is csökkent 1-el. Ezt az eljárást addig ismételve amíg $Z = 0$ -t nem kapunk, meghatározzuk a 2.14. ábrán látható Cauer hálózat elemértékeit.

2.4.2. Cauer - Foster transzformáció

A Cauer hálózat $\underline{R_i}$, $\underline{C_i}$ elem értékei ismertek. A hálózat komplex impedanciája a következő kifejezés:

$$Z(s) = \frac{1}{s\underline{C_1} + \frac{1}{\underline{R_1} + \frac{1}{s\underline{C_2} + \frac{1}{\underline{R_2} + \dots}}} \quad (2.97)$$

Elemi lépésekkel ez a kifejezés a (2.92) alakjára hozható. Ezek után a nevező N darab gyökét kell meghatározni. Ezek a s_i gyökök mind negatív valósak és meghatározzák a rendszer $R_i C_i$ időállandóit: $R_i C_i = \frac{1}{|s_i|}$. Az R_i értékeket a következő formulával határozhatjuk meg:

$$R_i = \left. \frac{n_0 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots + n_{N-1} s^{N-1}}{\frac{d}{ds} (d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots + d_N s^N)} \right|_{s=s_i} \quad (2.98)$$

2.5. A struktúrafüggvény

Az általunk is vizsgált hővezetési problémáknál (integrált áramköri tokok termikus ellenőrzése) a hő terjedésének van egy domináns útja. Ennek az útnak a kezdete a hőforrás. Ha elindulunk ebből a pontból, és a hőáram mentén haladunk, akkor ha az utunk valamennyi pontjában lejegyezzük az adott pont és a kiindulási pont közötti hőellenállást és hőkapacitást, ezeket ábrázolva kapjuk a kumulatív struktúrafüggvényt.[9]

A kumulatív struktúrafüggvény a hővezetési út térképének tekinthető. Egy különböző anyagokból álló többrétegű struktúra vizsgálatakor az anyagok eltérő termikus tulajdonságainak köszönhetően a struktúrafüggvényen jól megkülönböztethetőek az egyes rétegek, és leolvashatóak azok hőellenállásai és hőkapacitásai. IC tokok vizsgálatakor ezzel a módszerrel hatékonyan lehet a struktúrán belüli hibákat felfedni.

Az előző pontban ismertetett módszerrel megkapott Cauer hálózatból könnyen felrajzolhatjuk a struktúrafüggvényt. Az x tengely pontjait a Cauer látrahálózat ellenállásainak kumulatív összegzésével kapjuk, az y tengely pontjait a hálózat kapacitásainak kumulatív összegzésével kapjuk.[1]

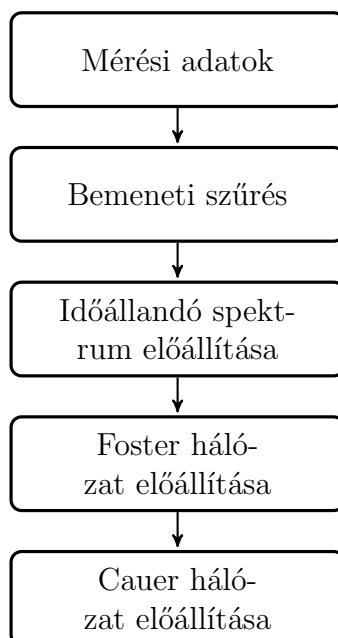
3. fejezet

A kitűzött célok

A kitűzött célok tárgyalásához elengedhetetlen valamilyen áttekintés az előző fejezetben taglalt elmélet realizálásáról. Lévén a diplomatervem egy már meglévő megoldás továbbfejlesztése, újrarendelése és megvalósítása, ezért ismertetni fogom ennek a régi megvalósításnak a képességeit, majd ezek alapján megfogalmazom a célkitűzéseimet az új implementációval szemben.

3.1. A feldolgozás menete

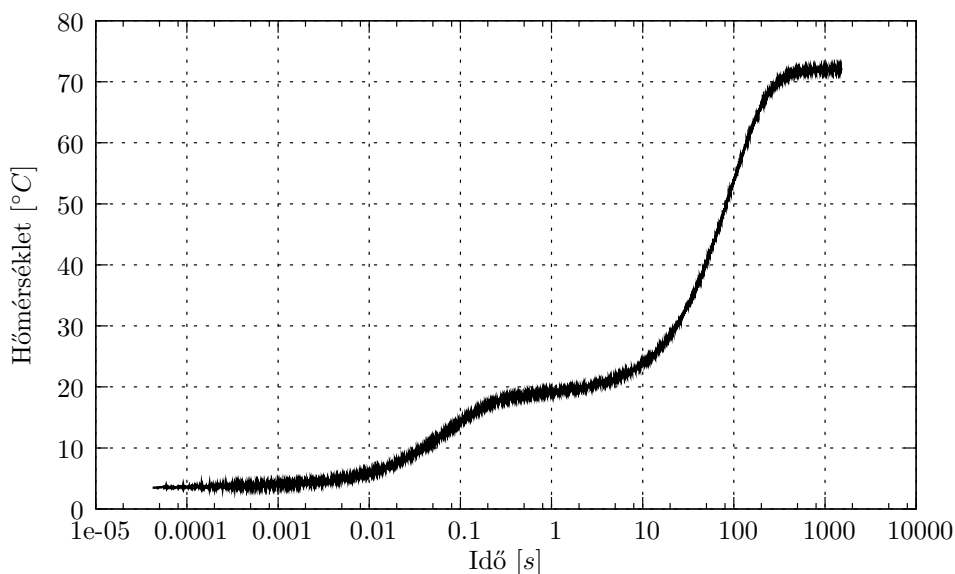
A feldolgozási folyamat teljesen szekvenciális, menete a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra. A feldolgozás lépései

3.1.1. A bemeneti szűrés

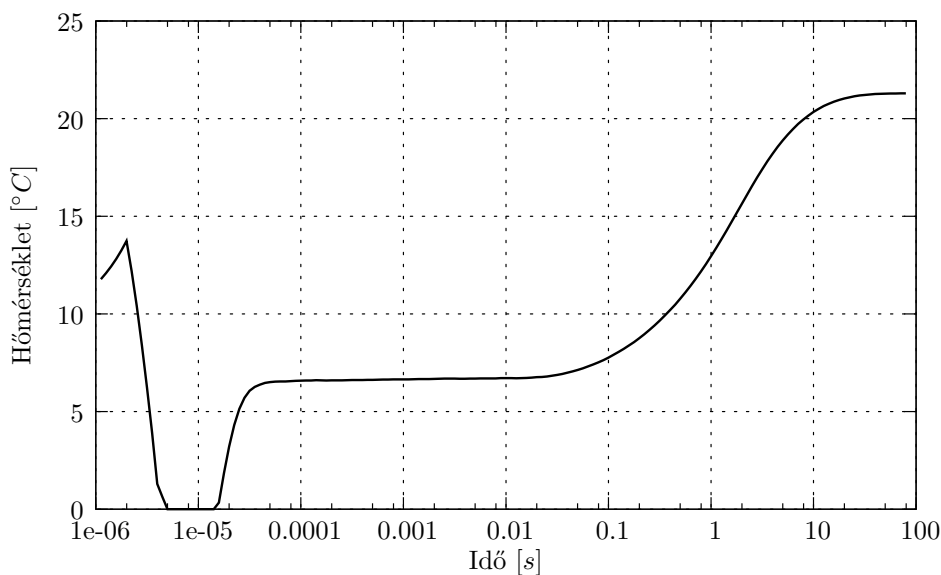
Az előző fejezetben taglalt eljárások csak néhány kritikus lépésben foglalkoztak külön a valós világban jelen lévő zaj okozta problémákkal. A (2.26) összefüggés bal oldalán a rendszer egy-ségugrásra adott válaszána a deriváltja található. A termikus rendszerünket egy RC hálózattal modellezzük, ennek az egységugrásra adott válasza és annak deriváltja is monoton függvény.



3.2. ábra. A zajjal terhelt LED válasza (T3Ster mérés)

Ha megnézzük egy valós mérés eredményét, akkor a 3.2. ábrán látható zajos eredményt látunk. A mérőműszerünk nem tökéletes, valamint olyan másodlagos jelenségek is szerepet játszanak, amiket a mérés során nem tudunk kiküszöbölni. Az is jól látható ezen az ábrán, hogy ez a zajos jel egy olyan görbe körül koncentrálódik, ami megfelel a mi elvárásainknak. Regressziós simító eljárással egy zajos bemenetből a 3.3. ábrán látható eredmény kapható.

Ezzel úgy néz ki, hogy sikeresen előállítottuk a mérési adatokból a tiszta bemenő jelet, egy kivételtől eltekintve. A mérés tárgyától függően felléphetnek elektromos tranziensek is a mérés korai szakaszában. Ezeknek az időállandói lényegesen kisebbek, mint a termikus időállandók, azonban még így is megjelenhetnek a mérésünk korai szakaszában. Ezek a félvezető eszközök diffúziós kapacitásából adódnak. Ezek olyan időállandók, amikkel nem rendelkezik maga a termikus rendszer, ami most a vizsgálatunk fő tárgya, ezért valamilyen módon ezt el kell távolítanunk az adatsorunkból oly módon, hogy lehetőleg a legkisebb mértékben hamisítsuk meg a mérési eredményeinket. A tranziens kiküszöbölésére több megközelítés is létezik, a kijelölt tartományban minimum vagy inflexiós pont keresésével megkeressük az első olyan pontot, amit még nem hamisított meg az elektromos tranziens. Az időben ezen pont előtti részt levághatjuk, vagy valamilyen görbét illesztünk rá. A legkevésbé szerencsés az, ha levágjuk ezt a szakaszt, ezáltal értékes információk vesznek el a rendszerrel kapcsolatban, ugyanis mikroelektronikai struktúrák esetén éppen azok az időállandók érdekesek, amiket a mérés kezdetét követő néhány ms tartományban mérünk. A készülő JEDEC szabvány [5] előírása az, hogy gyökös illesztést kell alkalmazni



3.3. ábra. A simított jel és az elektromos tranziens

ezen a szakaszon. Ennek az az elméleti megfontolása, hogy a mérés ilyen korai szakaszában még pontszerű hőforrásnak tekinthető a meghajtási pont, és ennek hőterjedése gyökös.

Az elektromos tranziens is kiküszöbölve sikeresen előállítottuk a dekonvolúcióhoz szükséges derivált függvényt.

3.1.2. Az időállandó spektrum előállítása

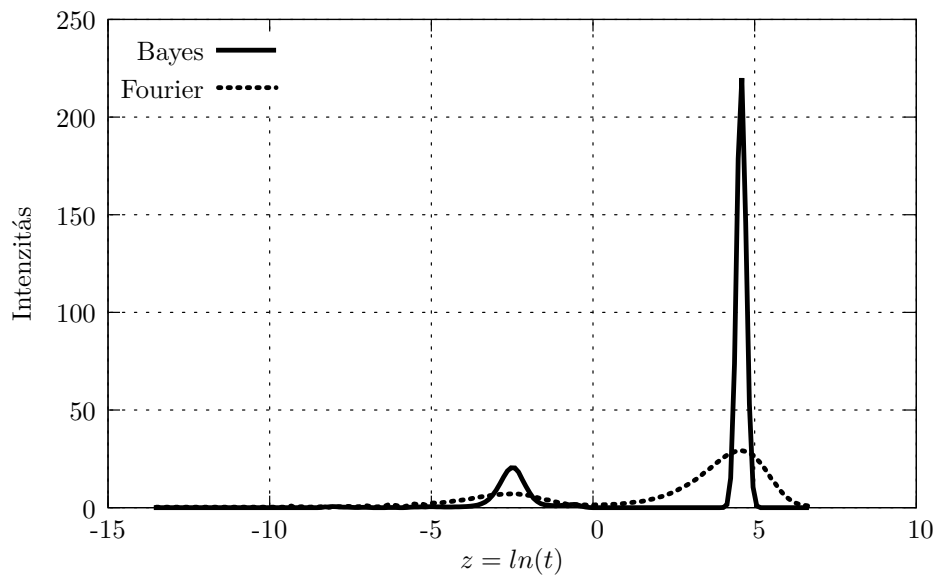
Az egész termikus tranziens mérés lényegi lépése az időállandó spektrum előállítása. A (2.26) összefüggésből látható, hogy az időállandó spektrum kiszámításához dekonvolúció szükséges. A 2.3. részben részletesen ismertettem a dekonvolúció lehetőségeit, illetve korlátait a termikus tranziens mérés kiértékeléséhez. Ebben a részben két alapvetően eltérő módszert ismertettem, a Fourier inverz szűrést (2.3.2. rész), valamint a Bayes iterációs eljárást (2.3.3. rész).

Ha a két módszer között dönteni kellene, hogy melyik a jobb megoldás, akkor ketté kell választani a praktikusságot és a teljességet.

A Fourier módszert kell teljesnek tekintenünk. Ez az általánosan megfogalmazott dekonvolúciós eljárás, végeredményét tekintve nem okoz gondot, ha negatív időállandókkal rendelkezik a rendszer. Ez arra ad lehetőséget, hogy külön pontban legyen a termikus meghajtás és a hőmérsékletmérés, így képesek vagyunk transzimpedancia számításra is. Másik nagy előnye ennek az eljárásnak, hogy a számításához szükséges Fourier transzformáció rendkívül jó megoldó-algoritmussal rendelkezik (Fast Fourier Transform), ennek köszönhetően rendkívül gyorsan számítható akkor is, ha korlátozottak az erőforrásaink. Az eljárás hátránya a szintén korábban bemutatott zajérzékenysége, ennek következtében valamilyen szűrést kell alkalmaznunk a Fourier tartományban, ennek módját szintén korábban ismertettem.

A Bayes módszer a praktikus megoldás, ám csak bizonyos kompromisszumokkal. A fentebbi ismertetéséből is látható, hogy a konvolúciós összefüggés értelmezését átvittük valószínűségi változókra. Bayes valószínűségi elméletét használva meg tudunk adni egy olyan iteratív összefüggést, ami minden lépéssel közelebb kerül az általunk keresett dekonvolúció megoldásához. Az eljárás rendkívül érzéketlen a zajra, a pontosságot csak az iterációk száma korlátozza. Az eljárás hátránya az, hogy a valószínűség fogalmának használata miatt az eljárás kizárólag pozitív mennyiségekre értelmezhető. Nem létezik negatív valószínűség. Ez annyiban korlátozza a módszer használhatóságát, hogy a meghajtási és a mérési pontnak egybe kell esnie, így nem tudunk transzimpedanciát számolni. Egy másik kellemetlen tényező az eljárás iteratív jellege. Megfelelően pontos eredményhez az iterációs számnak elég nagyoknak kell lennie (praktikusan 1000 körüli), ami azt jelenti, hogy lényegesen számításigényesebb, mint a Fourier módszer, nagyobb erőforrások szükségesek az eredmények előállításához.

A 3.4. ábrán látható a két dekonvolúciós módszer eredményének összevetése azonos bemeneti adatokra. Az ábrán látható, hogy a csúcsok pozíciói megegyeznek, de a Fourier módszerrel számolt görbe "elkenődöttebb". A két görbe integrálja szintén megegyezik, hiszen ez a rendszer teljes termikus ellenállását adja. A jelenség oka a már korábban ismertett zajérzékenysége a Fourier módszernek.



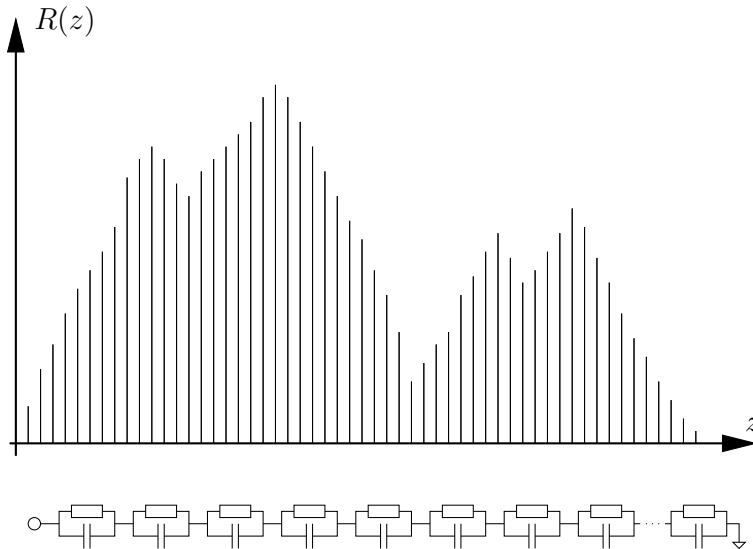
3.4. ábra. Az időállandó spektrum a Bayes és a Fourier módszerrel számolva

3.1.3. A Foster hálózat előállítása

Ha egy diszkrét RC elemekből álló hálózat időállandó spektrumát megnézzük, akkor azon diszkrét vonalakat láthatunk, ahol egy adott vonal egy adott RC tag időállandója. Könnyen belátható, hogy egy ilyen spektrumvonal magassága és az adott időállandót előállító RC tag R ellenállása között lineáris összefüggés van. Ha az alkalmazott teljesítményugrásunk egységnyi volt, akkor a

vonala magassága R . A vízszintes tengelyen elfoglalt pozíció megadja a τ időállandót. Ebből a két adatból meghatározható az RC tag C kapacitása.

Ha elosztott a rendszerünk, akkor az időállandó spektrumunk folytonos, azonban ugyanazokkal a tulajdonságokkal rendelkezik, amiket az előző bekezdésben ismertettem. Annak függvényében, hogy hány RC tagból álló hálózatot szeretnénk előállítani, annak megfelelően kell diszkretizálni a spektrumot, ez látható a 3.5. ábrán.



3.5. ábra. A Foster hálózat előállítás

3.1.4. A Foster-Cauer transzformáció

Mivel a Foster hálózatban két csomópont közötti kapacitások vannak, ezért termikus rendszerekre ez a hálózat nem értelmezhető.[1] Termikus hálózatokban a termikus kapacitás minden esetben egy csomópont és a föld között van. Az 2.14. ábrán látható Cauer létrahálózat minden kritériumunknak megfelel. Ebben a hálózatban az ellenállások és kapacitások egyértelműen megfeleltethetőek az analóg termikus párjuknak. A 2.4. részben már ismertettem az eljárást a Foster és a Cauer kanonikus alakok közötti transzformációhoz.

Ez az eljárás jelenti a legnagyobb numerikus problémát a teljes adatfeldolgozás folyamán. A polinom műveletek során rendkívül fontos a számok pontos ábrázolása, csak így lehetséges az, hogy a megfelelő együtthatók kiessenek, és így folyamatosan csökkenjen a fokszám. Az algoritmusból azonban az is látható, hogy minden ilyen lépés után a többi együtthatónk exponens tagja növekedni fog. A bemenő adatainktól erősen függ, de a tapasztalat azt mutatja, hogy egy az exponens növekedés 60 – 70 RC tagból álló Foster hálózat felett túlnő a dupla lebegőpontos számábrázolás határán. Ez azt jelenti, hogy 60 – 70 fokozatnál többel nem tudunk dolgozni a hagyományos dupla lebegőpontos aritmetikával, ezzel korlátozott az időállandó spektrum felbontásának szintje, amivel korlátozódik a végeredményül kapott struktúrafüggvényünk felbontása is.

A probléma megoldásához valamilyen tetszőleges pontosságú aritmetikát kell megvalósítani és azzal kell dolgozni.

3.2. A korábbi megvalósítás

Az előző fejezetben ismertetett elmélet jelenleg is használatban lévő implementációja közel húsz évvel ezelőtt íródott. Az elmúlt húsz év hatalmas változásokat hozott az informatikában, és a programozástechnikában. Húsz évvel ezelőtt talán a legnagyobb kihívás nem is a számítási teljesítmény a maihoz képesti kicsinysége okozta, hanem a memória mérete. Ennek köszönhetően, valamint a fordítók kiforratlansága miatt kényszerűségből kellett néhány programozási stílust felvenni.

3.2.1. A megvalósított funkciók

A 3.1. ábrán látható a termikus tranziens mérés feldolgozásának folyamata. Az ezen látható számítások közül valamennyit megvalósította a korábbi implementáció, azonban egyes lépésekben kompromisszumra kényszerült, egyes lépések pedig az azóta kialakuló szabványok miatt nem megfelelőek. [5]

A bemeneti szűrés

A bemeneti szűrés során a simításhoz regressziós simítást használ. Az elektromos tranziens eltávolítására a felhasználó előtt több lehetőség áll. A kijelölt tartományban választhat, hogy minimumot vagy inflexiós pontot keressen a program, majd ettől a ponttól vagy levágjuk a tranzienset vagy egyenest illesztünk rá. A JEDEC szabványban foglaltakat nem teljesíti ez az eljárás.

Az időállandó spektrum előállítása

A Bayes iterációs formulát használja, így csak abban az esetben használható, ha a meghajtási és a mérési pont egybeesik. Transzimpedancia számítására nem alkalmas.

A Foster hálózat előállítása

A diszkretizálás során trapéz módszert használ, ami jobb eredményt szolgáltat az egyszerű téglalap illesztésnél.

A Foster-Cauer transzformáció

A korábban már ismertetett numerikus nehézségek megoldásához egy saját aritmetikát használ, ahol fordítás időben adható meg a számaábrázolás pontossága bitekben. A megvalósítás "magas" szinten történik, az egyes műveletek végrehajtása közel sem optimális, lényegesen lassabb műveletvégzést tesz lehetővé a dupla lebegőpontos aritmetikánál.

3.2.2. A fejlesztés eszközei

A fejlesztés DOS operációs rendszer alatt zajlott C nyelven a Borland cég C fordítójával. A kor legnagyobb kihívása a memória szűkössége volt, ennek köszönhetően a program a feldolgozás során amennyire csak lehetett arra szorítkozott, hogy csak a legszükségesebb adatok legyenek bent a memóriában, minden más a háttértáron. Valamennyi olyan eljárás ami a teljes adatsort érintette, először kikereste a megfelelő fájlból a releváns sort, azt berakta a memóriába, a művelet végeztével pedig fájlba írta. Közismert tény, hogy a háttértár (jelen esetben a merevlemez) elérési ideje több nagyságrenddel nagyobb, mint a félvezető alapú memóriáé. Ennek a programozási módnak egy másik folyamánya a forráskód olvashatóságának romlása. A rengeteg plusz művelet ami a fájlok értelmezésével jár elfedi a lényegi részt.

3.3. A jelenlegi megvalósítás célkitűzései

A diplomamunkám tárgyát képező megvalósítás célkitűzései a következők:

- nulláról indítani a megvalósítást
- valamennyi funkció megvalósítása, amit a korábbi implementáció tartalmazott
- a mai programozási lehetőségekhez igazítva valósítsam meg az összes eljárást, ezáltal megszabadulni a járulékos teljesítmény-csökkenéstől
- ahol kompromisszumokra kényszerült a régi megvalósítás, ott a lehetőségek újragondolásával optimális megoldást adni
- híváskompatibilitás a régi programmal
- új funkcióként a Fourier módszer beépítése
- a Foster-Cauer transzformáció felbontást korlátozó hatását optimalizált tetszőleges pontosságú aritmetikával kiküszöbölni
- párhuzamosíthatóság lehetősége
- áttekinthető program-struktúra
- a fejlesztéshez csak szabad szoftverek használata
- csak nyílt forráskódú függvénykönyvtárak használata

4. fejezet

Megvalósítás

Az előző fejezetben ismertettem egy már létező implementációját a struktúra függvény számításnak. Feltártam a gyengeségeit és ezzel definiáltam azokat a pontokat, ahol fejlesztésre van lehetőség. A most következő fejezetben részletesen ismertetem a megvalósítás technikai oldalát.

4.1. A fejlesztés koncepciója

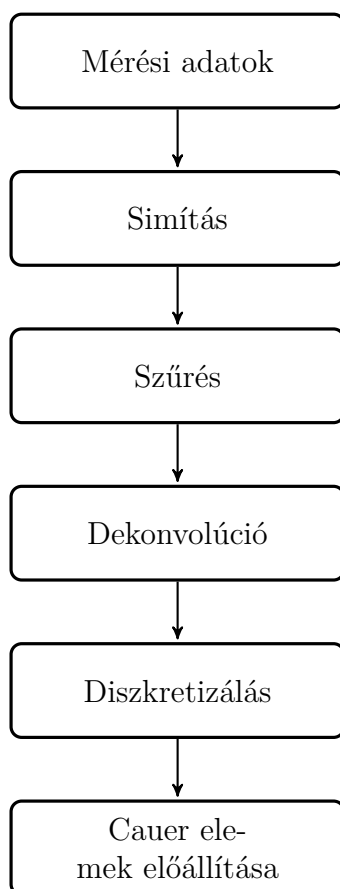
A fejlesztés fő egyik legfontosabb eredménye a modularitás. Ha megnézzük az 3.1. ábrát, akkor ez alapján definiálhatunk egy adat-utat, amin különböző műveleteket végzünk. A program tervezésekor is azt a paradigmát követtem, hogy nem kötelező sorrendiségben végrehajtandó műveletsort kell megvalósítani, sokkal inkább olyan különálló modulokat, amiket beiktatva az adatútba, azok megváltoztatják az adatfolyamot. Ezzel lehetőség van egyes funkciók más megközelítésű megvalósítására, majd a modulok újbóli összekötésével könnyen vizsgálható az új eredmény.

A program motorjának ilyen felépítése további lehetőségeket teremt. Amennyiben az eljárás során az adatfolyamunk egy adott állapota több modulnak is bemenő adatsora, vagyis ezeknek a moduloknak irreleváns, hogy a többinek mi a végeredménye, akkor ezeket egyszerre is futtathatjuk külön szálon, így a manapság elterjedt többmagos processzorral szerelt rendszerek legfőbb előnyét is ki tudjuk használni, a párhuzamos feldolgozást.

4.2. A használt fejlesztőeszközök

Egy másik lényeges szempont volt a kód hordozhatósága. A fejlesztőeszközök ennek a szellemében választottam meg. Az elkészült implementáció minimális módosításokkal valamennyi elterjedt operációs rendszer alatt lefordítható.

Fejlesztési nyelvnek a C++ nyelvet használtam. A választás teljesítmény oldali és praktikussági megfontolások miatt esett erre. A nagy számításigény megkövetelte, hogy egy olyan nyelvet használjak, amivel alacsony szinten is lehet dolgozni. A hordozhatóság miatt egy olyan elterjedt nyelvet kellett választanom, ami szabványosított, valamint minden nagyobb platformon rendelkezik a szabványt teljesítő fordítóval. Ezen a ponton már csak a C/C++ nyelv párosát tekintettem



4.1. ábra. A jelfolyam útja

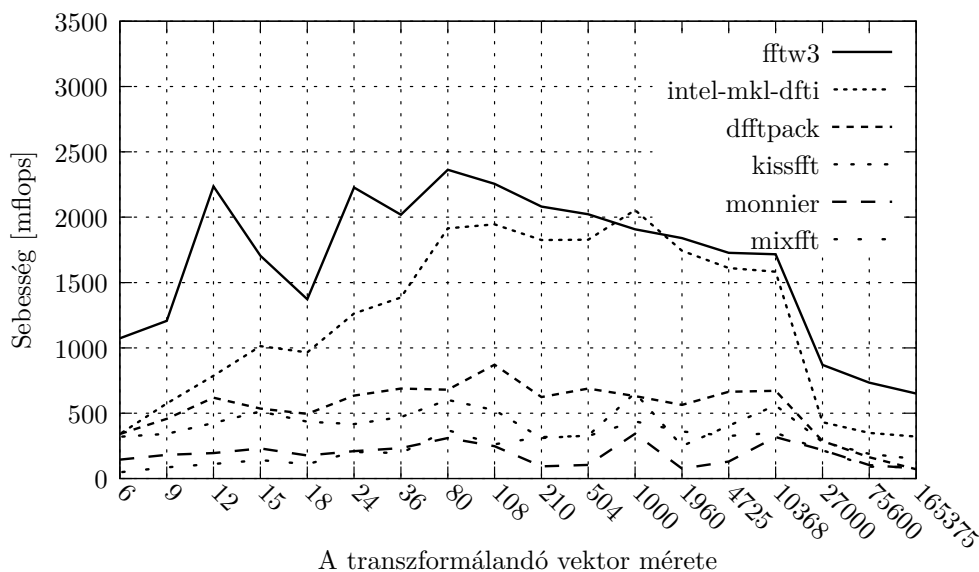
alternatívának. A forráskód olvashatósága, valamint az igen gazdag standard függvénykönyvtára miatt döntöttem a C++ mellett.

A dekonvolúció Fourier inverz szűréssel való megvalósításához az FFTW¹[10] függvénykönyvtárat használtam. A tervezési fázisban alternatívaként felmerült, hogy magam implementálom a megoldóalgoritmust, ettől azonban eltekintettem, mivel az FFT eljárás fontossága miatt már nagyon sok rendkívül hatékony megoldás elérhető. Ezek vizsgálatokor fontos volt a teljesítmény, a keresztplatformosság valamint a nyílt forráskód. Különböző FFT implementációk teljesítményvizsgálata látható az 4.2. ábrán.

Látható, hogy az FFTW könyvtár egy dimenziós komplex Fourier transzformáció esetén általános esetben, ha a transzformálandó vektorunk nagysága nem kettő hatványa, akkor az esetek döntő többségében négyszeres sebességben van a többi elérhető implementációval szemben, ez alól csak az Intel implementációja a kivétel, de ennél is jobb teljesítményt nyújt. A MATLAB programcsomag is ezt a könyvtárat használja a Fourier transzformációhoz.[11]

A Foster-Cauer transzformációhoz szükséges aritmetikához szintén külső függvénykönyvtárat alkalmaztam. A kritériumok a következők:

¹Fastest Fourier Transform in the West



4.2. ábra. A különböző FFT implementációk teljesítménye

- C/C++ nyelvhez illeszkedjen
- tetszőleges pontosságú lebegő pontos számokkal tudjon dolgozni
- elfogadható sebesség
- hordozhatóság, platformfüggetlenség
- nyílt forráskód

Az összes fent említett kritériumnak megfelelő könyvtárból, csak igen csekély számú van. Ilyen az Apfloat[12], a Bbnum[13], az Arprec[14] és a GMP[15]. Ezeket a könyvtárakat sorra véve az általam felállított kritériumrendszer alapján csak a sebesség, valamint a kritériumaimon kívüli tényezők alapján tudtam dönteni. Egyedül a GMP könyvtár rendelkezik assembly szintű implementációval, kihasználja a CPU kiterjesztéseket (SSE, SSE2, SSE3, AltiVec, stb.), a többi könyvtár tisztán C++-ban megírt megoldások, ezért nehezen tudnak a regiszter szintű operációkkal versenyezni. Az ennél is nagyobb érv a stabil fejlesztői háttér. A GMP kivételével valamennyi könyvtár egy-egy fejlesztő, vagy egy kis csoport munkája, valamennyi esetben csak a számelmélet iránti érdeklődés vezérelte a fejlesztéseket. Egy részük már pár éve nem frissült, és valamennyinek a dokumentációja igen hiányos. A GMP megbízhatóságának és stabil háttérének bizonyítéka, hogy a Wolfram Research is ezt használja a Mathematica nevű termékében [16]. Az általam elvégzett sebességtesztek alapján a GMP lebegőpontos aritmetikája gyakorlatilag ugyanolyan gyors, mint a standard dupla lebegőpontos aritmetika.

A fejlesztés platformjának Linux operációs rendszert választottam.

4.3. Az általános vektor osztály

Ha végiggondoljuk az 4.1. ábrán látható implementálandó problémát, akkor láthatjuk, hogy maga a jelfolyam nem más, mint egy egy változós függvény értékpárjai. Ha egy két dimenziós koordináta rendszerben gondolkodunk, akkor definiált n darab x tengelyen értelmezett érték, és ugyanennyi y tengelyen értelmezett, ezek az értékpárok definiálják a pontjainkat. Ezeket az adatsorokat minden esetben együtt kell kezelnünk, ha egy műveletet végre kell hajtaniuk egy elemén, akkor azt a többin is végre kell hajtani. Nagy mértékben megkönnyíti a dolgunkat az, ha definiálunk olyan struktúrát, amivel egy egységként tudjuk kezelni ezeket. Matematikailag megfogalmazva ezt a két adatsort egy-egy sorvektorként érdemes kezelnünk. Ha definiáljuk a szükséges műveleteket is ehhez a vektorhoz, akkor lényegesen tömörebben tudjuk megfogalmazni a műveleteinket.

Ebből a célból kiegészítettem a standard könyvtár tárolóját a feldolgozáshoz szükséges gyakori műveletekkel. Az osztály főbb tulajdonságai:

- kétvégű sorban tárolódnak a változók (double-ended queue)
- a változók típusa tetszőleges
- inicializáló műveletek
 - beszúrás vektor elejére, végére
 - elem kiemelése vektor elejéről, végéről
 - vektor kiürítése
 - vektor nullákkal feltöltése
- minden alapművelet operátor-túlterheléssel definiálva van
 - konstans és vektor között
 - vektor és vektor között
- speciális függvények is értelmezettek, melyek tovább könnyítik a teljes program olvashatóságát
 - vektor maximumának, minimumának keresése
 - elemek összegzése a teljes vektoron vagy adott tartományban
 - deriváltvektor előállítás
 - lokális minimum, lokális inflexiós pont keresés
 - súlyfüggvény generálás

Tárolónak azért a *deque*-t választottam, mert szükség van közvetlen címzésre, mint a *vector* tárolóban, azonban szükség van mind a vektor eleje, mind a vége esetén az elem hozzáadásának és eltávolításának a lehetőségére. A *deque* egy olyan sorozat, amit arra optimalizáltak, hogy egyrészt mindkét végén ugyanolyan hatékony műveleteket használhassunk, mint egy *list*-nél, másrészt az

indexelés ugyanolyan hatékony legyen, mint a *vector* esetében.[17] A tárolók használatának egyik előnye az, hogy nem nekünk kell megírniuk a struktúra minden részletét, jelen esetben a láncolt listával realizált sorozatot, valamint a tárolók olyan általános formalizmussal vannak implementálva, hogy maga a tároló független a benne tárolt változó típusától. Már csak az kell, hogy gondoskodjunk az egyes változók közötti operátorok megfelelő túlterheléséről, és akkor tetszőleges típusú változókból álló vektorokra is működni fognak a már korábban definiált műveleteink. Ezt azért emelem ki ennyire, mert az általános vektorunk ilyen módú definiálásával biztosítani tudjuk azt, hogy akár egy tetszőleges pontosságú aritmetikát megvalósító könyvtárban implementált változó típust is használhatunk, vagyis a teljes vektorunk is tetszőleges pontosságú lesz.

Az általam megírt osztály esetén a tárolt változók típusa fordítási időben állítható. Alapesetben a hagyományos dupla lebegőpontos aritmetikát használom, ez alól egy modul a kivétel, a Foster-Cauer transzformációt megvalósító, itt a GMP tetszőleges pontosságú lebegőpontos aritmetikáját. Az osztály felépítésének köszönhetően minimális erőfeszítéssel felhasználható akár egy másik nagyobb pontosságot megvalósító függvénykönyvtár is, egyetlen kritérium vele szemben az, hogy az általa definiált változókon a négy alpművelet értelmezett legyen.

Jelen alkalmazásban kizárólag a Foster-Cauer kanonikus alakok közötti áttérés igényli a dupla lebegőpontos aritmetikánál pontosabbat, ezért kizárólag azokat a műveleteket implementáltam le, amelyek az átalakításhoz szükségesek. Ennek köszönhető, hogy jelenleg nem állnak rendelkezésre olyan összetettebb függvények, mint az exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Ezek szintén könnyedén implementálhatóak, amennyiben szükségesek. Ez a kérdéskör túlmutat a diplomamunkámon.

4.4. Modulok

A következő részben tárgyalom az általam megírt modulokat. Ezek mindegyike a kiegészítő paraméterektől eltekintve azonosan az általános vektortípussal dolgozik. Ennek következtében elméletileg bármelyik modul az adatfolyam bármelyik részébe bekapcsolható. Természetesen ez nem garantálja azt, hogy az ilyen módon általunk összeállított műveletsornak értelme is lesz (például a Foster hálózat ellenállásainak és kapacitásainak vektorának nem sok értelme van, ha Fourier transzformáljuk), tisztában kell lennünk a szükséges számítások mechanizmusával valamint a szükséges sorrenddel ahhoz, hogy ebből a programszerkezetből előnyünk származzon. Ilyen lehet az elektromos tranziens szűrő modul előtt egy simítás végrehajtása, esetleg a folytonosság biztosításához a szűrés után is, vagy a derivált függvény előállítás után külön szálon elindítani egy dekonvolúciót a Bayes iterációs modullal, egyet a Fourier inverz szűrési modullal, több bejövő mérés kiértékeléséhez pipeline-ba szervezhetjük a feldolgozást, esetleg ha elegendő feldolgozó egység van a számítógépünkben külön szálon teljesen párhuzamosan lehet feldolgozni több adatsort.

4.4.1. A bemeneti szűrés

A bemeneti szűrés csak logikai összefoglalása a bejövő mérési vagy szimulált adatokon való első műveletvégzésnek. A bemeneti adatokat beolvasó rész részletezésétől eltekintek, ez értelmezi

és beolvassa a specifikációban[18] megadott fájlformátummal megadott mérési vagy szimulált adatokat, és azt az általános vektor osztályban ismertetett struktúrába letárolja. Természetesen ha több különböző fájltypusból, esetleg közvetlenül egy mérőműszerről szeretnénk az adatokat beolvasni, akkor új bemeneti értelmező modult kell írunk, ami a megfelelő formára alakítja az adatainkat.

Simítás

Regressziós görbesimítást végző modul. Feladata a zajjal terhelt bemeneti adatsor tisztítása. Jelenleg ugyanazzal a megfontolással működik, mint a korábbi fejezetben említett implementáció. Esetleges jövőbeli továbbfejlesztési lehetőség más algoritmusokkal és elméleti megfontolásokkal működő simító modulok fejlesztése. Ilyen lehet a harmadfokú B-Spline, Bezier vagy NURBS görbeillesztés. A termikus rendszerek jellegéből adódóan a görbének folytonosnak és monotonnak kell lennie, és a derivált függvénynek is annak kell lenni.

Szűrés

Ennek a modulnak a feladata az esetleges elektromos tranziensek kiszűrése. Már a korábbi fejezetekben rámutattam ennek a jelenségnek az okára, valamint, hogy a mérés igen korai szakaszában jelentkezik, és az 3.3. ábrán látható hatása van. Jelen implementációban (csak úgy, mint az előző fejezetben ismertetett korábbiiban) a felhasználó beavatkozására van szükség. A jelenlegi szűrő modulnak meg kell adni, hogy mely tartományon keresse meg azt a pontot, ahol már az elektromos tranziens nem befolyásolja a mérést. Ennek oka az, hogy az elektromos tranziens mért eszköztől mért eszközre változik, így még a becslés is nehéz arra vonatkozóan, hogy mely időpontig van hatása. Érdekes lehet az automatikus keresés megoldása, milyen módon lehet nem empirikus úton algoritmikusan megállapítani az elektromos tranziens lecsengésének a határát.

Miután a modul megkapta az adatokat, valamint a kijelölt tartomány határait, a felhasználó beállításának megfelelő módszerrel keresi meg a tartományban azt a pontot, ahol már nincs hatása az elektromos tranziensnek, ezek a következők lehetnek:

- minimum keresés
- inflexiós pont keresés

Ennek a pontnak az ismeretében ismét több eljárás került megvalósításra, amik közül a felhasználó választhat:

- egyenes illesztése a megkeresett pont előtti szakaszra
- gyökfüggvény illesztése a megkeresett pont előtti szakaszra
- a megkeresett pont előtti szakasz levágása

A gyökfüggvény illesztést a JEDEC szabvány írja elő a korábban már ismertetett megfontolásból. A korábbi megvalósítás még nem rendelkezett ezzel a szűréssel.

4.4.2. Dekonvolúció (τ -spektrum előállítása)

Az előző fejezetekben már többször említettem a dekonvolúciós lépés az egész eljárás sarokköve. Ezt a lépést két módszerrel valósítottam meg egy-egy modul formájában. Mindkét megközelítést már részletesen ismertettem az elméleti oldalról.

Fourier módszer

A Fourier tartományba való áttéréshez az FFTW függvénykönyvtár komplex egydimenziós Fourier transzformációját használtam. Az elméleti megfontolásoknál láttuk, hogy az inverz szűrésből adódó zaj felerősödése miatt valamilyen szűrést kell alkalmaznunk. A 2.3.2. részben ismertetett Gauss szűrő (2.74) összefüggését valósítottam meg, ahol a felhasználónak módosíthatja a szűrő Φ_0 paraméterét. A dekonvolúció a Fourier tartományban osztássá egyszerűsödik, ahol a (2.67) súlyfüggvénnyel kell osztanunk. A kifejezésből látható, hogy a gamma függvény komplex argumentummal szerepel benne. Sajnos ennek a függvénynek csak valós argumentumokra működő változata van implementálva a standard C/C++ függvénykönyvtárakban. A probléma matematikai háttérével Lánzos Kornél foglalkozott behatóan az 1960-as években[19]. Az általa javasolt közelítéssel tetszőleges pontosságig meghatározható a komplex argumentumú gamma függvény értéke. Ezt a közelítést használtam én is az implementációmban. Az implementáció pontossága 15 digit a valós részre és 13 digit a képzetesre. A szélsőségesen kis értékkel való osztást egy a súlyfüggvényhez hozzáadott zajkomponenssel küszöböljük ki, ennek az amplitúdóját szintén módosíthatja a felhasználó. A Fourier tartománybeli műveletek után szintén az FFTW könyvtár által biztosított inverz FFT algoritmussal térek vissza az időtartományba.

Ezzel a modullal válik lehetővé a transzimpedancia számítás.

Bayes módszer

Ez a modul a (2.90) iterációs formula implementációja. A felhasználó egy paramétert tud beállítani, az iterációs számot, vagyis, hogy hány lépésben közelítsük meg az eredményt. Természetesen minél magasabb ez a szám, annál pontosabb eredményt fogunk kapni, azonban annál több erőforrást, processzoridőt fogunk használni. Kennett tanulmányának eredményei[20] valamint a tapasztalati számítások alapján 512 – 1024-es iterációs szám már elegendően pontos eredményt ad. Abban az esetben, ha valós mérési adatokon dolgozunk és a meghajtási valamint a mérési pont egybe esik, akkor ezt a módszert érdemes használni. Negatív időállandókat nem képes előállítani a már fentebb ismertetett okok miatt, ezért transzimpedancia számítására nem alkalmas.

4.4.3. Diszkretizálás (Foster hálózat előállítása)

A Foster hálózat előállításához az időállandó spektrumot kell diszkretizálnunk. Mivel már eleve diszkrét pontokkal rendelkezünk (lévén mindvégig véges számú elemmel dolgoztunk), a hálózat elemszámát a rendelkezésünkre álló pontok szabják meg. A jelenlegi megvalósításban nem a kívánt elemszám szerint hozzuk létre a Foster hálózatot, hanem a rendelkezésünkre álló adatsor alapján minden esetben az elérhető maximumra törekszünk. Abban az esetben, ha nagyobb

felbontást akarunk elérni, akkor a program indulásakor megadható bemenő paraméterek között növelnünk kell a dekádonkénti pontok számát, ezzel a pontok sűrűségét az adatsorunkban. Ezzel a paraméterrel érdemes óvatosan bánni, ha túlságosan nagyra választjuk, akkor a kiértékelés nagyon lelassulhat, dupla mennyiségű pont dupla számítási igényt jelent a Foster hálózat előállításáig, a Cauer hálózat előállításakor még drasztikusabban megnőhet az erőforrásigény. Egy jövőbeli fejlesztési lehetőség olyan diszkretizáló modul írása, ahol testre szabhatjuk az előállítandó elemek számát.

4.4.4. Foster-Cauer transzformáció (Cauer hálózat előállítása)

Numerikus szempontból a legkritikusabb lépés, ennek okai már kifejtésre kerültek. A 2.4.1. rész alatt ismertetett algoritmust valósítottam meg, azonban ebben az esetben, amennyiben a fordítási időben a GMP könyvtár használatát írtuk elő, akkor ez a modul tetszőleges pontosságú aritmetikát használ. A modul bemenetei a Foster hálózat ellenállásai és kapacitásai, és a Cauer hálózat elemeit állítja elő.

A tetszőleges pontosságú aritmetika természetesen nem teljesen tetszőleges, hiszen mindent csak véges pontossággal tudunk ábrázolni, a következőkben a GMP könyvtár korlátait ismertetem. Amennyiben a lebegőpontos változót használjuk, a lebegőpontos szám mantisszájának csak a számítógépünkben található memória szab határt, a mai memória méretek mellett, ezt tekinthetjük végtelen pontosságnak. Az exponens rész fix pontosságú, a jelenlegi GMP verzióban egy 32 bites rendszeren durván $2^{-68719476768}$ a legkisebb ábrázolható szám, 64 bitesen ez a határ még jobban kitolódik[21]. A tapasztalat azt mutatja, hogy ez a tartomány már bőségesen elegendő a gyakorlati alkalmazásokhoz, különösen, mivel abban a tartományban, ahol még a dupla lebegőpontos aritmetika még működik, gyakorlatilag kimérhetetlen a teljesítménykülönbség, átlépve ezt a határt, továbbra is elfogadható teljesítményt nyújt.

Ha mégis zavar minket az elvi gát a pontosságban, lehetőségünk van ezt is megkerülni. A GMP könyvtár az egész, illetve lebegő pontos ábrázoláson kívül racionális számábrázolással is rendelkezik, vagyis egész/egész alakban ábrázolhatunk számokat. Ennek az a folyamánya, hogy két ténylegesen tetszőleges pontosságú egészszel felírható akármilyen pontossággal egy racionális lebegőpontos szám. Amennyiben ilyen számokkal kívánunk dolgozni, fordításidőben a megfelelő kapcsolót kell csak beállítani. Ez a megoldás a mi esetünkben nem igazán életképes. Ez annak köszönhető, hogy már kiindulásból dupla annyi számot kell tárolnunk, hiszen az eredetileg egy lebegőpontos szám helyett most két egészet kell tárolnunk. A Foster-Cauer transzformáció során az algoritmus jellegéből adódóan rendkívüli sebességgel elkezd nőni az exponens hossza, ez okozza eleve azt a problémát, ami miatt különleges aritmetikát kell használnunk. Ha két egészszel ábrázoljuk ezeket a számokat, akkor ezeknek sokkal nagyobb ütemben fog nőni a hosszuk. A végeredmény az lesz, hogy eleve dupla annyi sok-sok nagyságrenddel (ennek mértéke rendkívüli módon függ a kiindulási adatoktól) nagyobb számot kell tárolni, és ezekkel műveleteket végrehajtani. Végeredményben a rengeteg plusz művelet és adatmozgatás miatt az egész algoritmus lelassul, és előbb utóbb be fog telni a memóriánk is. Ennek köszönhetően ez csak elvi megoldás marad. Annak köszönhetően, hogy a jelenlegi alkalmazás során elegendő a fentebb említett lebegőpontos szám exponensének pontossága, ezért azt érdemes használnunk.

5. fejezet

Tesztelés

Az általam elkészített program helyes működését egy átfogó teszteléssel kívánom igazolni. A teszteléshez első lépésben különböző összetettségű struktúrákat fogok felhasználni. Természetesen bonyolultabb struktúrák analitikus felírása nehézkes, ezért ezekben az esetekben végeelem szimulációkkal állítom elő a szükséges válaszokat. A szimulációkhoz az iparban is széles körben használt ANSYS-t[22] használom. A szimulációk APDL¹[23] megvalósításai a függelékben találhatóak meg. A végeelemes szimulációhoz szükséges elméleti háttér ismertetésétől eltekintek, ennek terjedelmi okai vannak, valamint ez a téma nem kapcsolódik szorosan a diplomamunkám tárgyához. Azt azonban lényeges kiemelni, ha a szimulációhoz használt paramétereket valamint a peremfeltételeket nem megfelelően választjuk meg, akkor az eredményeink hamisak lesznek. Ha a végeelem háló kialakításához megfelelő modelleket választunk, jól becsüljük meg a szükséges hálósűrűséget, illetve jól állapítjuk meg a peremfeltételeket, akkor biztosítható a szimulációs eredmények helyessége. Ennek bizonyítására össze fogom vetni egy struktúra tisztán analitikusan meghatározott választát a szimulálttal.

5.1. Analitikus eredményekkel való összevetés

A teljes termikus tranziens mérés kiértékelésének összetettsége miatt az első vizsgálatokhoz a lehető legegyszerűbb struktúrával fogom tesztelni az implementációt, valamint a végeelem szimuláció sikerességét. Ez a struktúra egy homogén anyagból készült rúd. Verifikáció sikeressége után összetettebb feladatokkal tesztelem a programot.

5.1.1. 1D-s homogén és inhomogén rúd

Az 5.4. ábrán látható homogén rúddal kívánom a tesztelést kezdeni. A rúd paraméterei a következők:

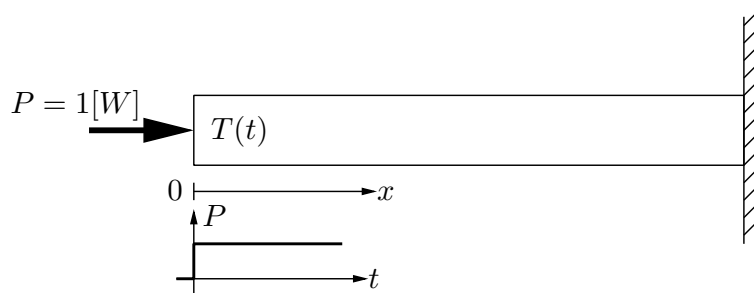
- a rúd anyaga réz ($\lambda = 402 \frac{W}{mK}$, $C_v = 3.4 \cdot 10^6 \frac{WS}{m^3K}$)

¹ ANSYS Parametric Design Language

- a rúd $1 \times 1 \text{ mm}^2$ keresztmetszetű és 100 mm hosszú \Rightarrow a teljes termikus ellenállás $R_{th_tot} = 248.75 \frac{\text{K}}{\text{W}}$

Egyúttal ez a struktúra fog a végelem szimulációk kalibrálására is szolgálni. A szimulációnk pontosságának teszteléséhez először analitikus módszerekkel kell meghatároznunk a homogén rúd egységnyi teljesítményugrásra adott választ

A homogén rúd egységugrásra adott válasza



5.1. ábra. A homogén rúd modell

A hővezetés egyenletéből indulunk ki:

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) - \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t) = 0 \quad (5.1)$$

A peremfeltételeink:

$$T(L, t) = 0 \quad (5.2)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\rho}{A} \Theta(t) \quad (5.3)$$

ahol $\Theta(t)$ az egységugrás függvény.

A Fourier sorba fejtett alak:

$$T(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} T_n(t) \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \quad (5.4)$$

A Fourier együttható:

$$T_n(t) = \int_0^L \cos \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x \right) T(x, t) dx \quad (5.5)$$

Az integrálás ♦

$$\begin{aligned}
& \int_0^L \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x,t) dz = \tag{5.6} \\
& = \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) \frac{\partial}{\partial x} T(x,t) \Big|_0^L + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) \frac{\partial}{\partial x} T(x,t) dx = \\
& = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x} T(x,t) \Big|_{x=0}}_{\frac{\rho}{\lambda A} \Theta(t)} + \frac{(2n+1)\pi}{2L} \left\{ \underbrace{\sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) T(x,t) \Big|_0^L}_0 - \right. \\
& \quad \left. - \frac{(2n+1)\pi}{2L} \int_0^L \underbrace{\cos\left(\frac{(2n-1)\pi}{2L}x\right) T(x,t) dx}_{T_n(t)} \right\} = \\
& = \frac{\rho}{\lambda A} \Theta(t) - \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)^2 T_n(t) \tag{5.7}
\end{aligned}$$

$$\int_0^L \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) \frac{\partial}{\partial t} T(x,t) dx = \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int_0^L \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right) T(x,t) dx}_{T_n(t)} = \frac{\partial}{\partial t} T_n(t) \tag{5.8}$$

$\cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}x\right)$ taggal beszorozva (5.1) és x szerint integrálva 0-tól L -ig,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} T_n(t) - \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{P}{\lambda A} \Theta(t) - \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)^2 T_n(t) \right] = 0 \\
& \frac{\partial}{\partial t} T_n(t) + \underbrace{\frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)^2}_{\alpha_n} T_n(t) = \frac{P}{c\rho A} \Theta(t) \tag{5.9}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T_n(t) + \alpha_n T_n(t) = \frac{P}{c\rho A} \Theta(t) \tag{5.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T_n(t) + \alpha_n T_n(t) = 0$$

$$\frac{\frac{\partial}{\partial t} T_n(t)}{T_n(t)} = -\alpha_n$$

$$\ln T_n(t) = -\alpha_n t$$

$$T_n(t) = B e^{-\alpha_n t}$$

$$T_n(t) = B(t)e^{-\alpha_n t} \quad (5.11)$$

(5.11) \longrightarrow (5.9)

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} e^{-\alpha_n t} - B \alpha_n e^{-\alpha_n t} + B \alpha_n e^{-\alpha_n t} &= \frac{P}{c\rho A} \Theta(t) \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{P}{c\rho A} e^{\alpha_n t} \Theta(t) \\ B(t) &= \int_0^t \frac{P}{c\rho A} e^{\alpha_n t'} \Theta(t') dt' = \int_0^t \frac{P}{c\rho A} e^{\alpha_n t'} dt' = \frac{P}{c\rho A} \left[\frac{1}{\alpha_n} e^{\alpha_n t'} \right]_0^t = \\ &= \frac{P}{c\rho A \alpha_n} (e^{\alpha_n t} - 1) \end{aligned} \quad (5.12)$$

(5.11) és (5.12) alapján

$$T_n(t) = \frac{P}{c\rho A \alpha_n} (1 - e^{-\alpha_n t}) \quad (5.13)$$

(5.4)-be behelyettesítve

$$\begin{aligned} T(x, t) &= \frac{2}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P}{c\rho A \alpha_n} (1 - e^{-\alpha_n t}) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x\right) = \\ &= \frac{2P}{Lc\rho A} \cdot \frac{2c\rho L^2}{\lambda} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{((2n+1)\pi)^2} (1 - e^{-\alpha_n t}) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x\right) = \\ &= \frac{8LP}{\lambda A} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{((2n+1)\pi)^2} (1 - e^{-\alpha_n t}) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x\right) \end{aligned} \quad (5.14)$$

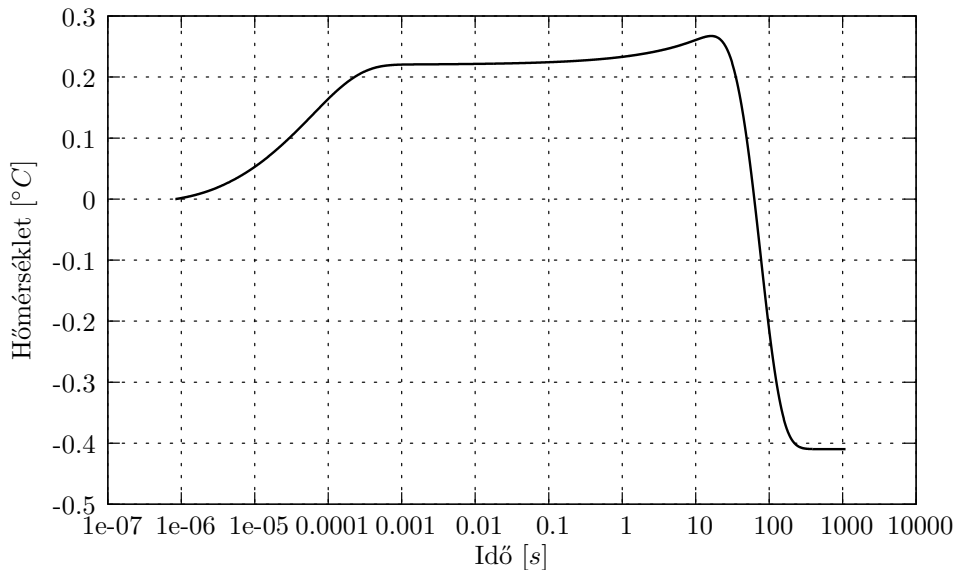
ahol

$$R = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{L}{A} \right) \quad C = c\rho V$$

$$\begin{aligned} T(x, t) &= P \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{\frac{8R}{((2n+1)\pi)^2}}_{R_n} \cdot \left(1 - e^{-\overbrace{\frac{1}{((2n+1)\pi)^2}}^{1/\tau_n} \frac{t}{4RC}} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x\right) \right) \\ &= P \sum_{n=0}^{\infty} R_n (1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}}) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} x\right) \end{aligned} \quad (5.15)$$

ahol

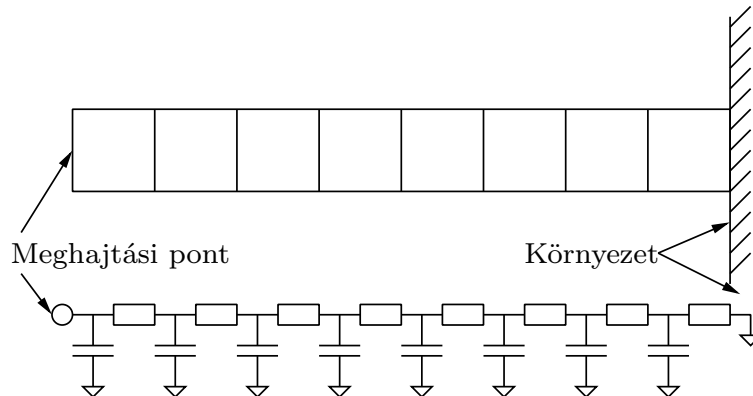
$$R_n = \frac{8R}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad \tau_n = \frac{4RC}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad (5.16)$$



5.2. ábra. A szimulált és az analitikus eredmények különbsége

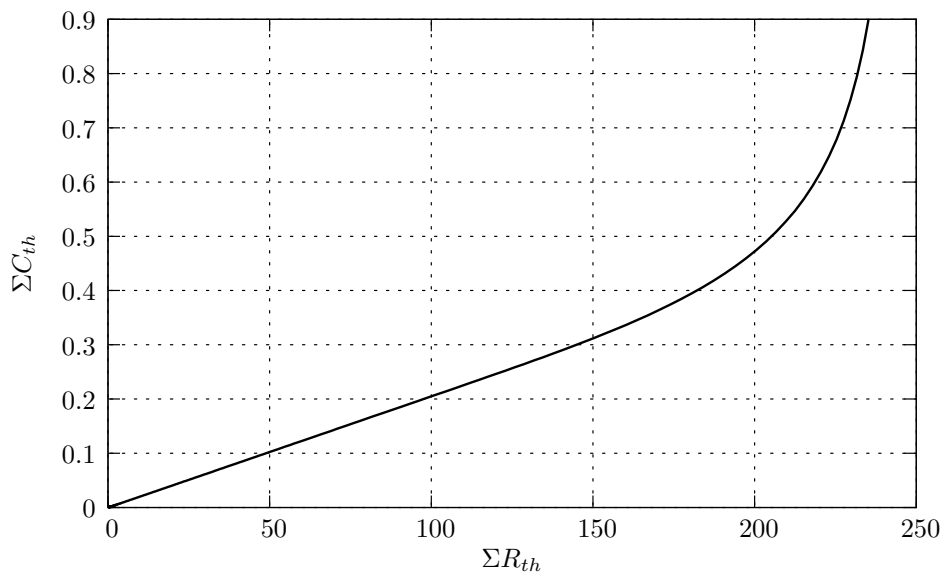
Az 5.2. ábrán is jól látható, hogy a végelem szimuláció megfelelő pontosságú eredményt szolgáltat, a maximális hiba 0.16%. A hiba tovább minimalizálható a végelem háló sűrűségének növelésével, de ebben az esetben a szimuláció számításának ideje, valamint a hozzá szükséges háttértár mérete rohamos ütemben növekszik. A most bemutatott ábrán látható szimuláció során is már számos "trükk" került bevetésre. Nem a rúd 3D-s modelljét szimuláltam. A hőterjedés szempontjából a főforrás véget, valamint a konstans hőmérsékletű véget kivéve minden oldalon adiabatikus peremfeltételeket adtam meg. Ez egy dimenziós hőterjedés, vagyis felesleges egy 3D-s struktúra valamennyi pontját szimulálni. Az ANSYS nagy számú csomópont modellel rendelkezik.[24] A szimuláció során ki tudjuk választani, hogy az adott struktúránkat milyen csomóponti modellekből felépített hálóval szimulálja. A jelenlegi szimulációt egy kimondottan ilyen célokra definiált egydimenziós modellel végeztem. A számításokhoz az anyagi paramétereken kívül csak a struktúra hossza számít. Ennek a kis fogásnak köszönhetően lényegesen kevesebb csomópontot kell használni, így a mi szempontunkból lényeges területen nagyobb csomópontsűrűséget tudunk elérni, ezáltal pontosabb lesz az eredményünk. A méréseim alapján ezzel a módszerrel egységnyi idő alatt közel 100-szor nagyobb felbontást lehet elérni ezen az egyszerű struktúrán elérni.

Mielőtt az általam megvalósított programmal meghatározzuk a szimulációs eredmények alapján a struktúrafüggvényt, érdemes megfontolni azt, hogy milyen eredményt várunk. A struktúra amit most vizsgálunk egy homogén réz rúd, vagyis a rúd teljes hosszán akárhol vizsgáljuk meg az anyag minőségét, az azonos lesz. A struktúrafüggvény lényegében a mérési pontból kiinduló egydimenziós hőterkép, ami ezen az egydimenziós terjedési úton folyamatosan mutatja, hogy az adott pillanatig elhagyott részeknek mi a teljes hőellenállása valamint hőkapacitása a kiindulási ponttól. Vagyis a kumulatív hőellenállás és kapacitás az aktuális pontig. Ha a struktúránk geometriája és anyagi összetétele állandó, akkor ennek a kumulatív függvénynek lineárisan kell nőni, hiszen minden egységnyi ε távolság megtételével azonos ellenállás és kapacitás értékkel növeltük a kumulatív összeget.



5.3. ábra. A homogén rúd termikus impedanciáját modellező hálózat

Ezt levetítve termikus RC helyettesítő képre, ha egyenlő részekre osztjuk a homogén rudat, akkor valamennyi térrésznek azonos lesz a hőellenállása és kapacitása, vagyis az ekvivalens Cauer RC létrahálózatban minden ellenállás és kapacitás értéke meg fog egyezni.



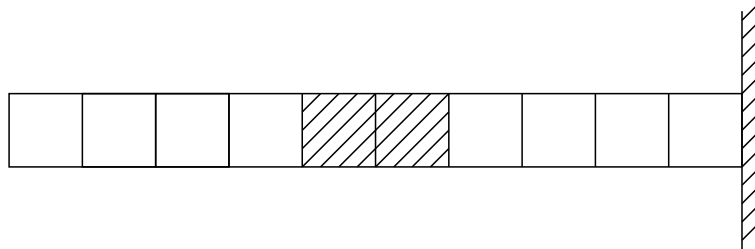
5.4. ábra. A homogén rúd struktúrafüggvénye

A 5.4. ábrán látható a szimulációból számított struktúrafüggvény. Látható, hogy a várakozásainknak megfelelő egyenest eredményezett, majd a kumulatív hőkapacitás a környezet határához érve a végtelenbe tart.

Az inhomogén rúd

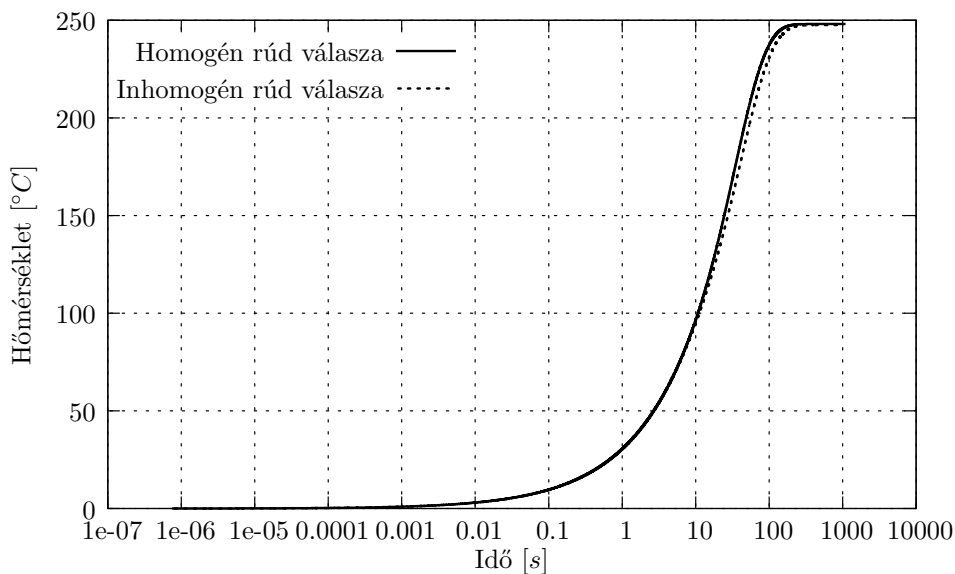
A tesztelés következő lépésében megbontom a rúd homogenitását. A 100mm hosszú rúd közepén a $40 - 60\text{mm}$ -es szakasz anyagi paramétereit közül megkétszerezem a fajlagos kapacitást az 5.5.

ábrán látható módon.



5.5. ábra. Az inhomogén rúd, a megjelölt tartomány fajlagos kapacitása kétszerese a többi részének

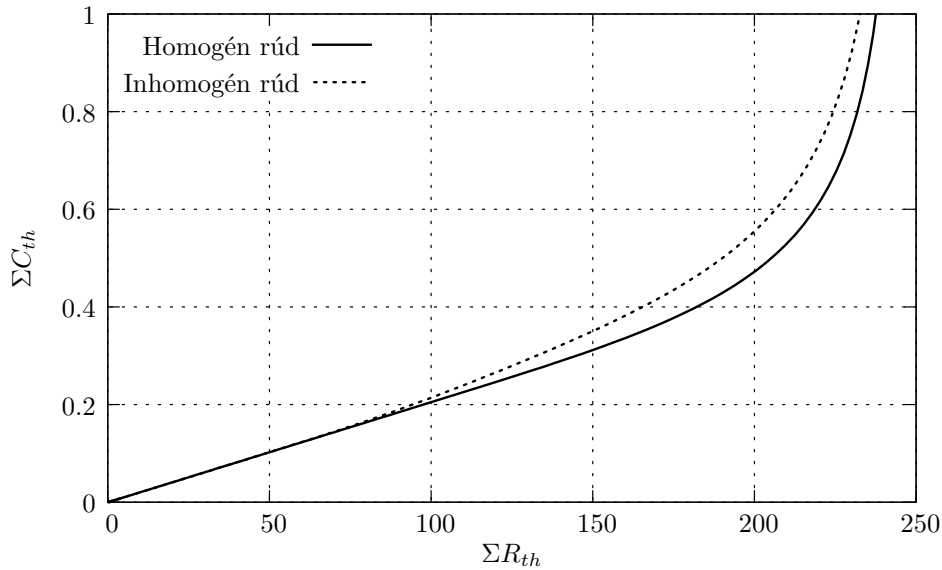
A szimuláció után, ha egy ábrán megnézzük a homogén és az inhomogén rúd egységugrásra adott válaszát, akkor az 5.6. ábrán látható, hogy a különbség nagyon kicsi.



5.6. ábra. A homogén és az inhomogén rúd válaszfüggvénye

Hasonló módon követve a gondolatmenetet, mint ahogy az a homogén rúd esetében tettük, könnyen beláthatjuk, hogy a mostani inhomogén rúd esetében a rúd azon szakaszán, ahol az anyagi paramétereket megváltoztattam, el fog térni az ekvivalens Cauer RC létrahálóban a kapacitások értéke. Mivel a fajlagos kapacitását duplájára emeltem az anyagnak egy adott tartományban, így azt várjuk, hogy az RC helyettesítő hálózatban is azon a szakaszon a kapacitások értéke meg fog duplázódni. Ebben az esetben a struktúrafüggvényünk kezdetben meg fog egyezni a homogén rúd függvényével, hiszen az első 40mm -en a kettő megegyezik, majd a $40 - 60\text{mm}$ -es tartományban a meredeksége meg fog duplázódni, majd 60mm felett ismét meg fog egyezni a két meredekség, mert a kapacitás értékek ismét azonosak lesznek.

Az 5.7. ábrán jól látható, hogy a várakozásunk beigazolódott, valamint azt is megfigyelhetjük,



5.7. ábra. A homogén és az inhomogén rúd struktúrafüggvénye

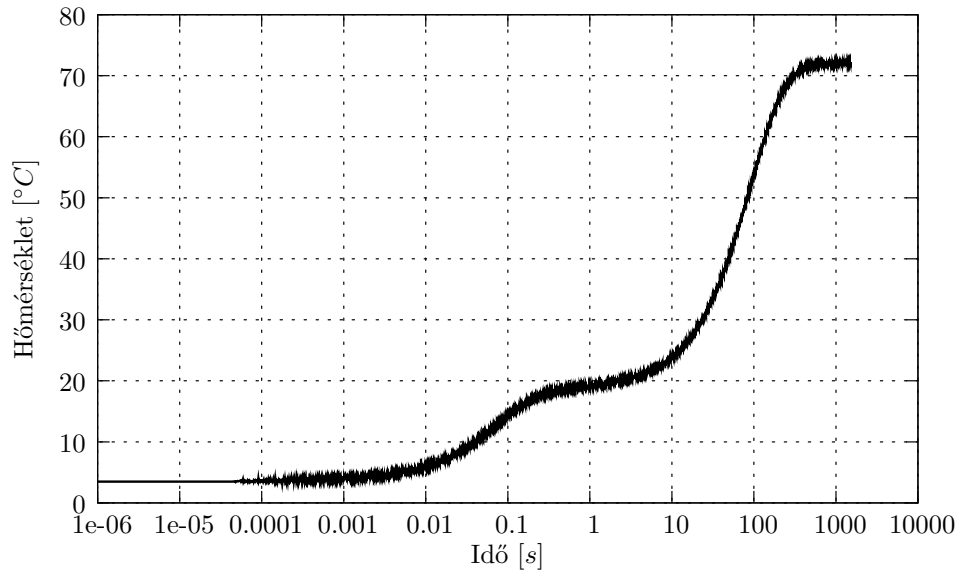
hogy az 5.6. ábrán látható válaszfüggvények között kicsi eltérés mennyire jól látható a struktúrafüggvényeken.

5.2. A korábbi verzió eredményeivel való összevetés

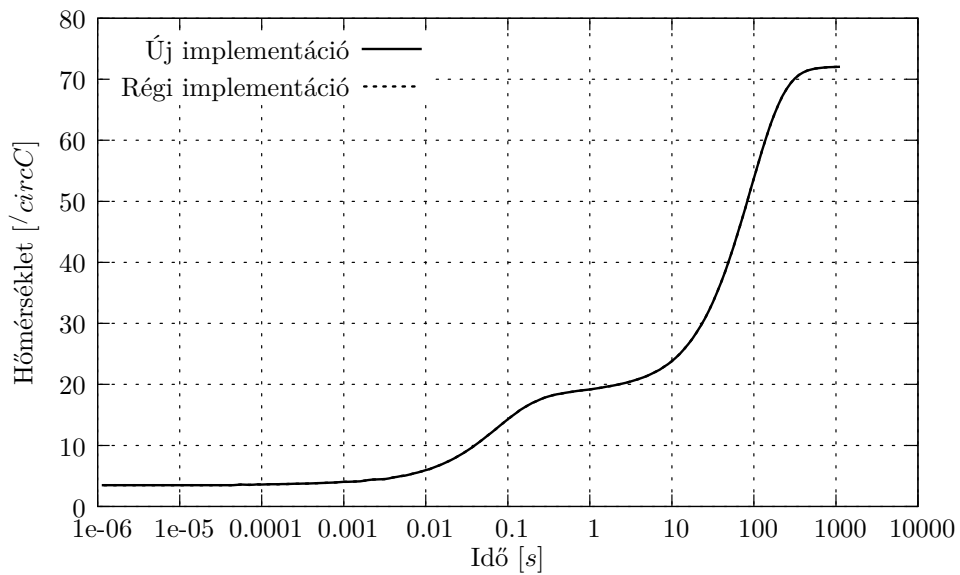
Mivel már adott egy implementáció, adja magát az a tesztelési lehetőség, hogy azonos bemenetek valamint peremfeltételek mellett vessük össze a két program végeredményét. Elméletileg nem tapasztalhatunk jelentősebb eltéréseket.

Ebben a fejezetben egy valós mérési példán végzett számítássorozat eredményeit közlöm. Minden ábrán feltüntetem a korábbi implementáció valamint az általam elkészített implementáció részeredményeit. Természetesen csak olyan funkciókat engedélyeztem az általam írt programban, amelyek megtalálhatóak a régi megvalósításban is.

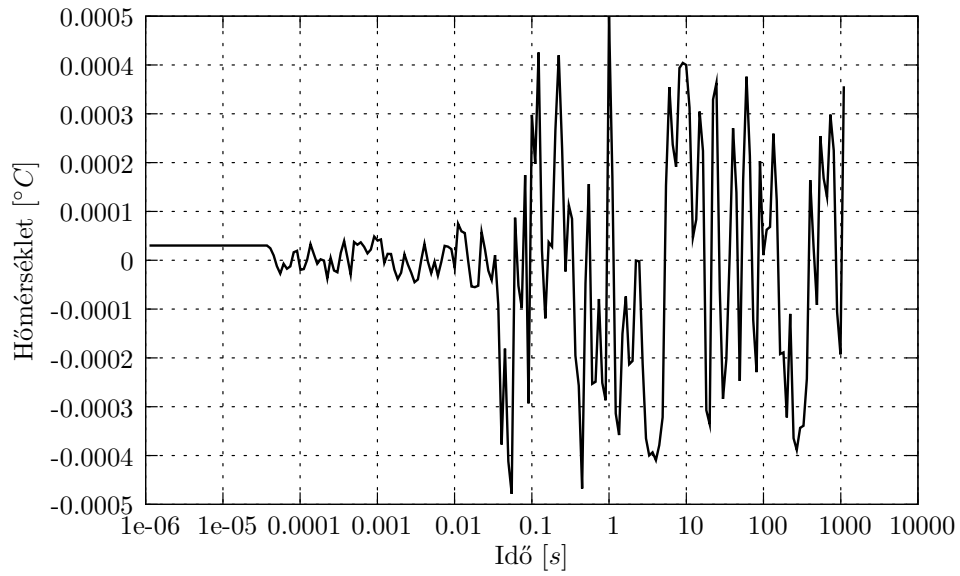
Az összevetéseken jól látható, hogy a régi és az új implementáció eredményei minden esetben fedésben vannak. A program teljesíti azt a követelményt, hogy valamennyi olyan funkcióval rendelkezik, amivel a régi megvalósítás. Abban az esetben, ha olyan peremfeltételeket állítottunk be, amelyek a régi szoftver értelmezési tartományába esnek, akkor az eredmények azonosnak adódtak. A minimális eltéréseket az eltérő C fordítók alkalmazása okozza.



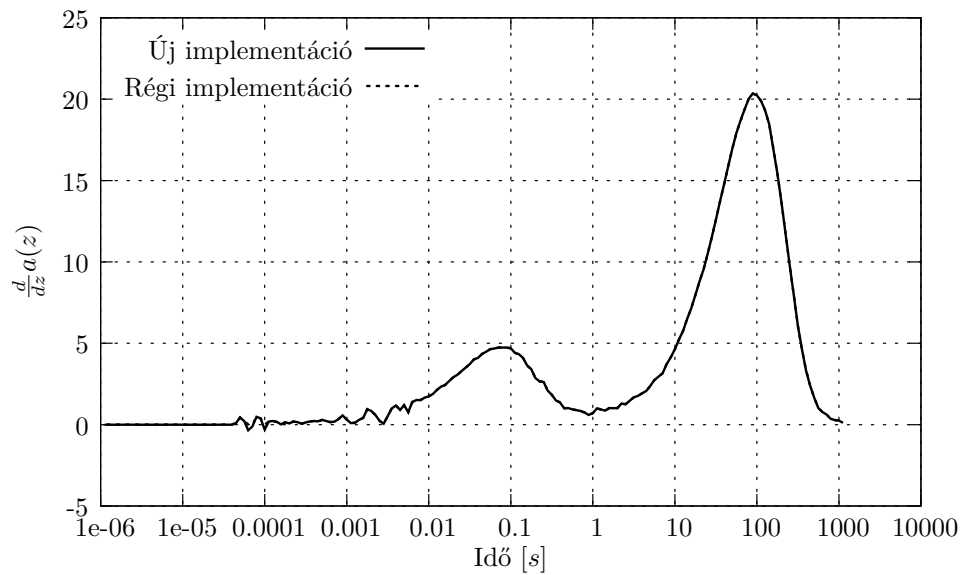
5.8. ábra. A bemeneti adatsor



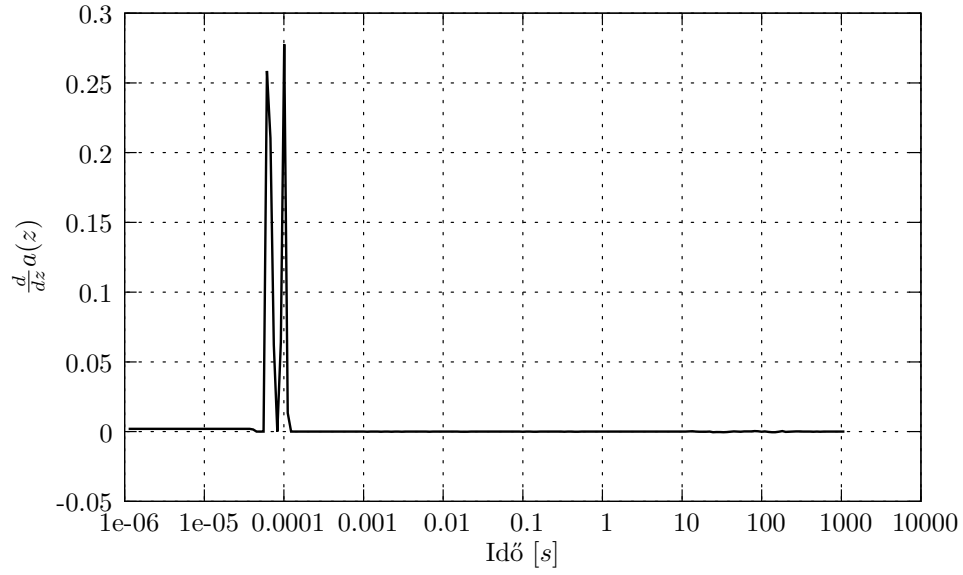
5.9. ábra. A zavarcsűrt görbék



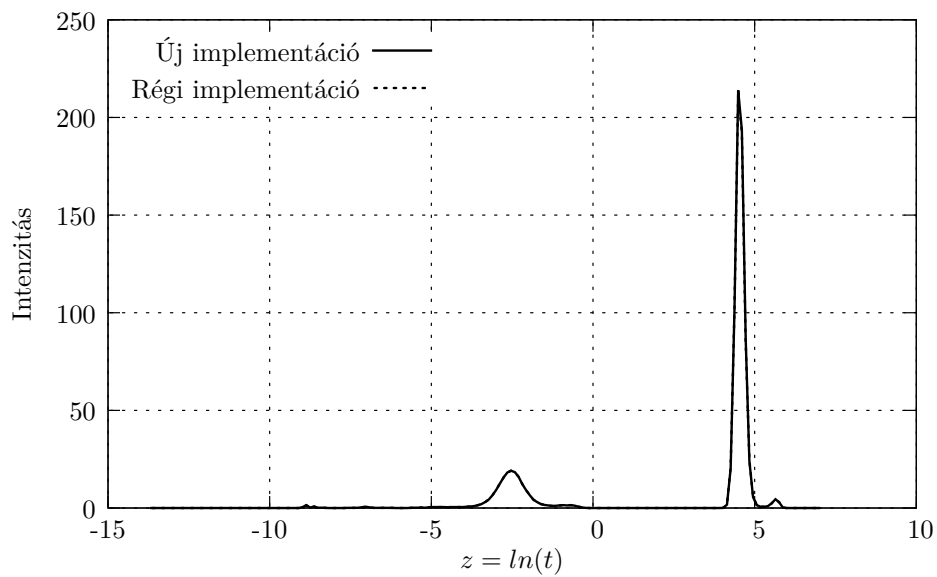
5.10. ábra. A zavarszűrt görbék különbsége



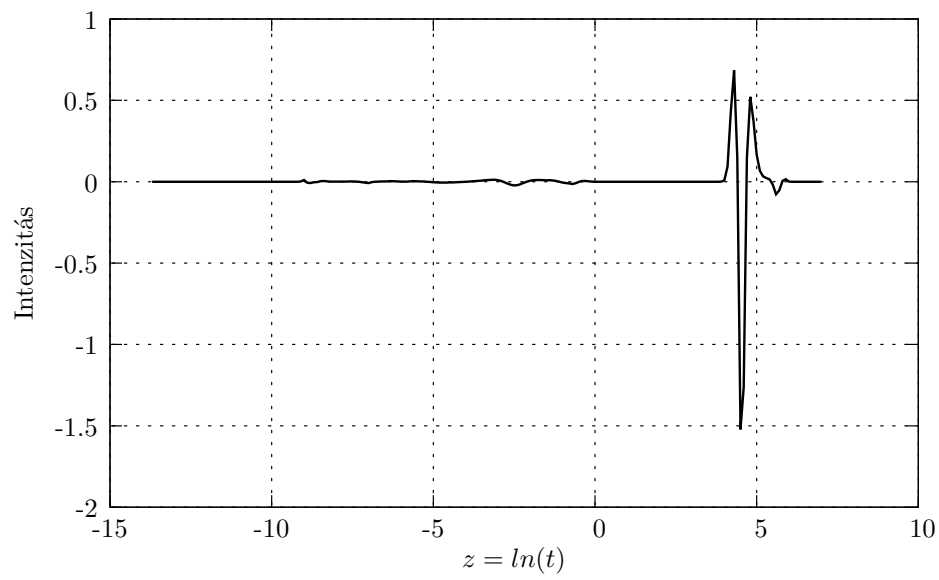
5.11. ábra. A derivált függvények



5.12. ábra. A derivált függvények különbsége



5.13. ábra. Az időálló spektrumok



5.14. ábra. Az időálló spektrumok különbsége

6. fejezet

Összegzés

Diplomamunkámban áttekintettem a termikus tranzien্স mérés kiértékelésének elméleti hátterét. A kiértékelés jellegéből adódóan elengedhetetlen volt a matematikai teljességre való törekvés. Gyakorlati szempontból számos nehézséget lehetett így felderíteni, mint a Fourier inverz szűrésből adódó dekonvolúció zajérzékenysége vagy a Bayes iterációs eljárás korlátai.

Az elméleti ismeretek bemutatása után egy már létező kereskedelmi implementációt mutattam be, különös tekintettel az elméleti részben bemutatott nehézségek megoldására. Ezek alapján jelöltem ki a diplomamunkámban elkészített program fejlesztésének fő irányvonalait.

Az általam elkészített szoftver funkcióiban és fájlformátumában felülről kompatibilis a T3Ster-Master kereskedelmi programmal. A moduláris felépítés miatt plusz eljárások hozzáadása rendkívül egyszerű, ezáltal ideális kutatásokhoz, valamint új eljárások teszteléséhez. Beépítettem a Fourier inverz szűrésen alapuló dekonvolúciós eljárást, így lehetőség nyílik transzimpedancia számításra. Az általam kialakított általános vektor osztálynak köszönhetően a számábrázolás pontossága könnyen változtatható. A Foster-Cauer transzformáció által megkívánt tetszőleges számábrázolási pontosságot egy ezt lehetővé tevő könyvtárral és az általános vektor osztály segítségével könnyen biztosítani tudtam.

A szabványos eljárásoknak és az ezekre épülő könyvtárak használatának köszönhetően a teljes szoftver hordozható. A fejlesztés Linux platformon zajlott, de valamennyi olyan rendszeren lefordítható és használható, ahol a szabványokat teljesítő C++ fordító létezik.

6.1. Továbbfejlesztési lehetőségek

A feldolgozási eljárás valamint a diplomamunkámban megvalósított program felépítése további lehetőségeket rejt magában, amelyek megfontolásra érdemesek.

Közelebbről szemügyre véve a számításokat azt figyelhetjük meg, hogy valamennyi művelet vektorok között zajlik. A mai informatikában elérhető áron lehet hozzájutni olyan eszközökhöz, amik kimondottan ilyen műveletekre vannak kiélezve, ezek a grafikus processzorok, amelyek valamennyi modern videokártyán megtalálhatóak. Ha valamilyen módon a műveleteinket a grafikus processzorral tudnánk elvégeztetni, akkor a nagyarányú párhuzamosításnak köszönhetően jelentősen felgyorsulna a feldolgozás. Egyes mai videokártyák feldolgozó egysége 250 magot

tartalmaz[25], vagyis ha két 250 elemű vektor között egy műveletet akarunk végrehajtani, akkor azt 250-szer gyorsabban fogja elvégezni, mint egy általános CPU. Ez a felismerés vezérelte az Apple-t[26], hogy életre hívja az OpenCL[27] szabványt. Ez egy olyan platform és eszközfüggetlen nyelvet biztosít, amivel könnyedén írhatunk olyan alkalmazásokat, amikkel ki tudjuk használni a GPU-k által biztosított előnyöket. Mára valamennyi nagyobb videokártya gyártó cég implementálta az OpenCL-t az eszközmeghajtó programjaiba. Az általam írt program modularitásának köszönhetően lehetőségünk van az egyes lépésekhez megírni az OpenCL-t használó változatot, így ha a felhasználó gépében rendelkezésre áll ilyen eszköz, akkor azt engedélyezni tudja.

A moduláris kialakítás nagy testreszabhatóságot biztosít, jelenleg azonban csak parancssori kapcsolókkal lehet a feldolgozásban résztvevő modulok sorrendjét és szerepét befolyásolni. A 4.1. ábrán láthatóan könnyen vizualizálható a teljes eljárás. Ennek mintájára létre lehet hozni egy "engine editor" alkalmazást, amivel a felhasználó egy grafikus felhasználói felületen keresztül tudja összeállítani a rendelkezésre álló modulokból a számára szükséges feldolgozó motort.

Az előző bekezdésben ismertetett szerkesztő akkor lesz igazán használható, ha más programok formátumait is támogatja. Megfelelő adatbeolvasó modulok írásával a feldolgozás könnyen összekapcsolható például egy Ansys végelem szimulációval, vagy egy MATLAB-ban előállított ideális függvénnyel.

Ezeket megvalósítva egy rendkívül rugalmasan használható eszközhöz jutunk, ami nem csak egyetemi, hanem ipari környezetben is hatékonyan megállja a helyét.

6.2. Köszönetnyilvánítás

Köszönettel tartozom konzulenseimnek Dr. Székely Vladimír professzor úrnak az elméleti és Dr. Ress Sándor docens úrnak a gyakorlati kérdésekben nyújtott segítségéért. Továbbá köszönöm Dr. Poppe András docens úrnak a fő fejlesztési célok kijelölésében nyújtott segítségét, Dr. Bognár György adjunktus úrnak az elgondolkoztató kérdések megfogalmazását, Timár András és Nagy Gergely tanársegédeknek, Nagy Gábor mérnök úrnak és az Elektronikus Eszközök Tanszékének doktorandusz hallgatóinak Ender Ferencnek, Szabó Péternek a hasznos észrevételeket.

Végül köszönöm Dr. Yamamoto Tetsuya úrnak, hogy felkeltette az érdeklődésemet a téma iránt.

A függelék

Matematikai függelék

A.1. A Gamma függvény

A.1.1. Definíció

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-y} y^{z-1} dy \quad (\text{A.1})$$

A.1.2. Alap összefüggések

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \quad (\text{A.2})$$

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z} \quad (\text{A.3})$$

(A.2) és (A.3) használatával,

$$|\Gamma(jy)|^2 = \frac{\pi}{y \sin \pi y} \quad \text{ahol } y \in \Re \quad (\text{A.4})$$

Bizonyítás: ♦ (A.2) használatával,

$$\Gamma(z) = (z-1)\Gamma(z-1) \quad (\text{A.5})$$

(A.3) és (A.5) alapján

$$(z-1)\Gamma(z-1)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}$$

$$\Gamma(z-1)\Gamma(-(z-1)) = \frac{\pi}{(z-1) \sin \pi z}$$

$$\Gamma(z)\Gamma(-z) = \frac{\pi}{z \sin \pi(z+1)} = -\frac{\pi}{z \sin \pi z} \quad (\text{A.6})$$

Konjugáció: ♦ (A.1) kifejezésből

$$\Gamma(z)^* = \left[\int_0^\infty e^{-y} \cdot y^{z-1} dy \right]^* = \int_0^\infty e^{-y} \cdot y^{z^*-1} dy = \Gamma(z^*) \quad (\text{A.7})$$

Ha $z = jy$ (A.6) és (A.7) kifejezésekben

$$\Gamma(jy)\Gamma(-jy) = \frac{\pi}{jy \sin \pi(jy+1)} = -\frac{\pi}{jy \sin \pi jy} \quad (\text{A.8})$$

Az Euler reláció alapján

$$j \sin(j\pi y) = j \cdot \frac{e^{j(j\pi y)} - e^{-j(j\pi y)}}{2j} = \frac{e^{-\pi y} - e^{\pi y}}{2} = -\sinh \pi y$$

$$\Gamma(jy)\Gamma(jy)^* = \frac{\pi}{y \sinh(\pi y)}$$

$$|\Gamma(jy)|^2 = \frac{\pi}{y \sinh(\pi y)} \quad (\text{A.9})$$

A.2. Komplex integrálok a Fourier transzformációhoz

A.2.1. A $w_i(x)$ függvényhez

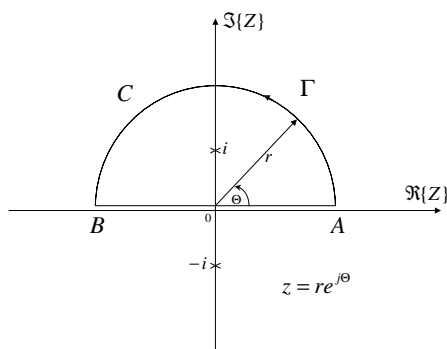
$$\int_0^\infty \frac{y^n}{1+y^2} dy = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos\left(\frac{n}{2}\pi\right)} \quad (\Re\{n\} < 1) \quad (\text{A.10})$$

Bizonyítás: ♦ tegyük fel, hogy

$$I = \int_C \underbrace{\frac{z^n}{1+z^2}}_{f(z)} dz$$

Pólusok: $z = \pm i$ (1 rendű)

A Residuum tételt felhasználva,



A.1. ábra. Grafikus magyarázat az integrálhoz

$$\begin{aligned}
 I &= 2\pi j \operatorname{Res}[z = j]\{f(z)\} = 2\pi j \lim_{z \rightarrow j} (z - j) \frac{z^n}{1 + z^2} = \\
 &= 2\pi j \lim_{z \rightarrow j} (z - j) \frac{z^n}{(z + j)(z - j)} = 2\pi j \frac{j^n}{2j} = \pi j^n = \\
 &= \pi \left(e^{j\frac{\pi}{2}} \right)^n = \pi e^{j\frac{n\pi}{2}}
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Tegyük fel, hogy adott egy origó középpontú r sugarú Γ körív.
Ezen a Γ köríven,

$$\begin{aligned}
 z &= re^{j\Theta} & |z| &= r \\
 dz &= jre^{j\Theta} d\Theta & |dz| &= |re^{j\Theta} d\Theta| < r \cdot \pi
 \end{aligned}$$

$$\left| \int_{\Gamma} \frac{z^n}{1 + z^2} dz \right| \leq \frac{r^{\Re\{n\}}}{r^2 - 1} \cdot r\pi = \frac{r^{\Re\{n\}+1} \cdot \pi}{r^2 - 1} \longrightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty) \quad \text{if } \Re\{n\} < 1 \tag{A.12}$$

Az OB vonal mentén,

$$\begin{aligned}
 z &= ye^{j\pi} \\
 dz &= e^{j\pi} dy \\
 \int_{OB} \frac{z^n}{1 + z^2} dz &= \int_0^r \frac{y^n \cdot e^{n\pi j}}{1 + y^2 e^{2\pi j}} \cdot e^{\pi j} dy = \int_0^r \frac{y^n}{1 + y^2} e^{(n+1)\pi j} dy = -e^{n\pi j} \int_0^r \frac{y^n}{1 + y^2} dy \\
 \int_C \frac{z^n}{1 + z^2} dz &= \int_0^r \frac{y^n}{1 + y^2} dy + \int_{\Gamma} \frac{z^n}{1 + z^2} dz - \int_{OB} \frac{z^n}{1 + z^2} dz =
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

$$= \int_0^r \frac{y^n}{1+y^2} dy + \int_{\Gamma} \frac{z^n}{1+z^2} dz + e^{n\pi j} \int_0^r \frac{y^n}{1+y^2} dy = (1+e^{n\pi j}) \int_0^r \frac{y^n}{1+y^2} dy + \underbrace{\int_{\Gamma} \frac{z^n}{1+z^2} dz}_0 \quad (r \rightarrow \infty)$$

$r \rightarrow \infty$ esetén, a (A.11) és (A.12) alapján,

$$\pi e^{j \frac{n\pi}{2}} = (1+e^{n\pi j}) \int_0^r \frac{y^n}{1+y^2} dy$$

$$\int_0^r \frac{y^n}{1+y^2} dy = \frac{\pi e^{\frac{n\pi}{2}j}}{1+e^{n\pi j}} = \frac{\pi}{e^{\frac{n\pi}{2}j} + e^{-\frac{n\pi}{2}j}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)} \quad \Re\{n\} < 1 \quad (\text{A.14})$$

Tekintsük úgy, hogy $n = -2\pi\Phi j$,

$$\int_0^{\infty} \frac{y^{-2\pi\Phi j}}{1+y^2} dy = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\cos(-\pi^2\Phi j)} = \frac{\pi}{e^{j(-\pi^2\Phi j)} + e^{-j(-\pi^2\Phi j)}} = \frac{\pi}{e^{\pi^2\Phi} + e^{-\pi^2\Phi}} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cosh(\pi^2\Phi)}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{y^{-2\pi\Phi j}}{1+y^2} dy = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cosh(\pi^2\Phi)} \quad (\text{A.15})$$

A.2.2. A $w_r(x)$ függvényhez

$$\int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1+y)^2} dy = \frac{n\pi}{\sin(n\pi)} \quad (\Re\{n\} < 1) \quad (\text{A.16})$$

Bizonyítás: ♦ tegyük fel, hogy

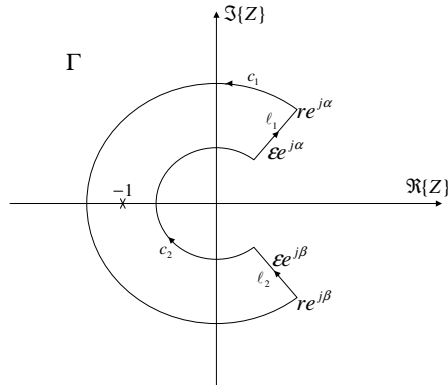
$$I = \int_{\Gamma} \underbrace{\frac{z^n}{(1+z)^2}}_{f(z)} dz$$

Pólus: $z = -1$ (másod rendű)

A Residuum tételt alkalmazva,

$$I = 2\pi j \operatorname{Res}[z = -1]\{f(z)\} = 2\pi j \cdot \lim_{z \rightarrow -1} \frac{d}{dz} \left\{ (1+z)^2 f(z) \right\} =$$

$$= 2\pi j \lim_{z \rightarrow -1} \frac{d}{dz} (z^n) = 2\pi j \lim_{z \rightarrow -1} n \cdot z^{n-1} =$$



A.2. ábra. Grafikus magyarázat az integrálhoz

$$\begin{aligned}
 &= 2\pi n \cdot j(-1)^{n-1} = 2\pi n \cdot j \left(e^{\pi j} \right)^{n-1} = \\
 &= -2\pi n \cdot j e^{n\pi j}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

A C_1 és C_2 körív mentén

C_1 :

$$\begin{aligned}
 z &= r e^{j\Theta} & |z| &= r \\
 dz &= j r e^{j\Theta} d\Theta & |dz| &= |r e^{j\Theta} d\Theta| < 2\pi r
 \end{aligned}$$

$$\left| \int_{C_1} f(z) dz \right| < \int_{\alpha}^{\beta} \frac{r^n}{r^2 - 1} \cdot r d\Theta < \frac{2\pi r^{n+1}}{r^2 - 1} \longrightarrow 0 \quad (r \rightarrow \infty) \quad \text{if } \Re\{n\} < 1 \tag{A.18}$$

C_2 :

$$\begin{aligned}
 z &= \varepsilon e^{j\Theta} & |z| &= \varepsilon \\
 dz &= j \varepsilon e^{j\Theta} d\Theta & |dz| &= |\varepsilon e^{j\Theta} d\Theta| < 2\pi \varepsilon
 \end{aligned}$$

$$\left| \int_{C_2} f(z) dz \right| < \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\varepsilon^n}{\varepsilon^2 - 1} \cdot \varepsilon d\Theta < \frac{2\pi \varepsilon^{n+1}}{\varepsilon^2 - 1} \longrightarrow 0 \quad (\varepsilon \rightarrow 0) \quad \text{if } \Re\{n\} > -1 \tag{A.19}$$

Az l_1 és l_2 vonal mentén,

l_1 :

$$z = y e^{j\alpha} \quad |z| = y \quad dz = e^{j\alpha} dy$$

$$\int_{l_1} f(z)dz = \int_{\varepsilon}^r \frac{y^n e^{\alpha nj}}{(1 + ye^{\alpha j})^2} \cdot e^{\alpha j} dy = e^{\alpha(n+1)j} \int_{\varepsilon}^r \frac{y^n}{(1 + ye^{\alpha j})^2} dy \longrightarrow \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy \quad (\text{A.20})$$

l_2 :

$$\begin{aligned} z &= ye^{\beta j} & |z| &= y & dz &= e^{\beta j} dy \\ \int_{l_2} f(z)dz &= \int_r^{\varepsilon} \frac{y^n e^{\beta nj}}{(1 + ye^{\beta j})^2} \cdot e^{\beta j} dy = e^{\beta(n+1)j} \int_r^{\varepsilon} \frac{y^n}{(1 + ye^{\beta j})^2} dy \longrightarrow \\ &\longrightarrow e^{2\pi j(n+1)} \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy = -e^{2\pi jn} \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

A (A.18), (A.19), (A.20) és (A.21) alapján,

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} f(z)dz &= \underbrace{\int_{C_1} f(z)dz}_0 + \underbrace{\int_{C_2} f(z)dz}_0 + \underbrace{\int_{l_1} f(z)dz}_{\int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1+y)^2} dy} + \underbrace{\int_{l_2} f(z)dz}_{-e^{2\pi jn} \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1+y)^2} dy} \\ \int_{\Gamma} f(z)dz &= (1 - e^{2\pi jn}) \cdot \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

A (A.17) és (A.22) alapján

$$\begin{aligned} -2\pi nj e^{n\pi j} &= (1 - e^{2\pi jn}) \cdot \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy \\ \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy &= -\frac{2\pi nj e^{\pi nj}}{1 - e^{2\pi nj}} \\ \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy &= \frac{n\pi(2j)}{e^{n\pi j} - e^{-n\pi j}} \\ \int_0^{\infty} \frac{y^n}{(1 + y)^2} dy &= \frac{n\pi}{\sin(n\pi)} \quad (-1 < \Re\{n\} < 1) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Tekintsük úgy, hogy $n = -\pi\Phi j$:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{y^{-\pi\Phi j}}{(1 + y)^2} dy &= \frac{-\pi^2\Phi j}{\sin(-\pi^2\Phi j)} \\ \int_0^{\infty} \frac{y^{-\pi\Phi j}}{(1 + y)^2} dy &= \frac{2\pi^2\Phi}{e^{\pi^2\Phi} - e^{-\pi^2\Phi}} \\ \int_0^{\infty} \frac{y^{-\pi\Phi j}}{(1 + y)^2} dy &= \frac{\pi^2\Phi}{\sinh(\pi^2\Phi)} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

B függelék

APDL programok

B.1. Homogén rúd

```
/CONFIG,NRES,50000  
/title,1D-ROD  
/prep7
```

```
!=====
```

```
/PNUM,KP,0  
/PNUM,LINE,0  
/PNUM,AREA,0  
/PNUM,VOLU,0  
/PNUM,NODE,1  
/PNUM,TABN,0  
/PNUM,SVAL,0  
/NUMBER,1  
/PNUM,MAT,1
```

```
et,1,33
```

```
! Anyagi paraméterek beállítása
```

```
MP,KXX,1,402  
MP,C,1,386  
MP,DENS,1,8800
```

```
! A geometria legenerálása
```

```
*DIM,XP,ARRAY,10  
*DIM,YP,ARRAY,10
```

```
*DIM,ZP,ARRAY,10

XP(1) = 0
XP(4) = 100e-3

K, ,XP(1),0,0
K, ,XP(4),0,0

LSTR,      1,      2

R,1,1e-6,
LSEL, , , ,ALL
LATT,1,1,1, , , ,

! Struktúra felosztása a végeelem hálózhoz

LSEL, , , ,ALL
LESIZE,ALL, , ,1000,10, , , ,0

! Végeelem háló elkészítése

ALLSEL,ALL
LMESH,ALL

NSEL,R, , ,      1
CM,CM_1,NODE
CMSEL,A,CM_1
/MREP,EPLOTT

! Szimulációs ido számlálásának indítása

*GET,SS_TIME,ACTIVE,,TIME,WALL

! Szimulációs rész

/SOL
OUTRES,ALL,NONE
NSEL,S,LOC,X,XP(4)
D,ALL, ,0, , , ,TEMP, , , , ,
ALLSEL,ALL

ANTYPE,4
TRNOPT,FULL
LUMPM,0
OUTRES,NSOL,ALL,CM_1
```

```

TIME,EXP(-14.1)
AUTOTS,-1
DELTIM, , , ,1
KBC,0
TSRES,ERASE
TIMINT,0
TINTP,0.005, , , , ,
/STATUS,SOLU
SOLVE

FLST,2,1,2,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
BFE,P51X,HGEN,1,1/(1e-3*1e-3*2.5573855480E-05), , ,
ALLSEL,ALL

*DO,I,-14,7,0.001
TIME,EXP(I)
AUTOTS,-1
KBC,0

TSRES,ERASE
TIMINT,1
TINTP,0.005, , , , ,
SOLVE
*ENDDO

! Szimulációs ido számlálásának vége

*GET,SE_TIME,ACTIVE,,TIME,WALL
S_TIME=SE_TIME-SS_TIME
*STATUS,S_TIME

*MSG,UI,S_Time,'Elapsed time = ',S_TIME,' (h)'
%c%g%c

```

B.2. Inhomogén rúd

```

/CONFIG,NRES,500000
/title,1D-ROD
/prep7

```

```
!=====
```

```
/PNUM,KP,0  
/PNUM,LINE,0  
/PNUM,AREA,0  
/PNUM,VOLU,0  
/PNUM,NODE,1  
/PNUM,TABN,0  
/PNUM,SVAL,0  
/NUMBER,1  
/PNUM,MAT,1
```

```
et,1,33
```

```
! Anyagi paraméterek beállítása
```

```
MP,KXX,1,402  
MP,C,1,386  
MP,DENS,1,8800
```

```
MP,KXX,2,402  
MP,C,2,386*2  
MP,DENS,2,8800
```

```
! A geometria legenerálása
```

```
*DIM,XP,ARRAY,10  
*DIM,YP,ARRAY,10  
*DIM,ZP,ARRAY,10
```

```
XP(1) = 0  
XP(2) = 40e-3  
XP(3) = 40e-3  
XP(4) = 60e-3  
XP(5) = 60e-3  
XP(6) = 100e-3
```

```
K, ,XP(1),0,0  
K, ,XP(3),0,0  
K, ,XP(4),0,0  
K, ,XP(6),0,0
```

```
LSTR, 1, 2  
LSTR, 2, 3  
LSTR, 3, 4
```

```

R,1,1e-6,
LSEL,S, , , 1
LATT,1,1,1, , , ,
LSEL,S, , , 2
LATT,2,1,1, , , ,
LSEL,S, , , 3
LATT,1,1,1, , , ,

! Struktúra felosztása a végelem hálózhoz

LSEL, , , ,ALL
LESIZE,ALL, , ,1000,, , , ,0

! Végelem háló elkészítése

ALLSEL,ALL
LMESH,ALL

NSEL,R, , , 1
CM,CM_1,NODE
CMSEL,A,CM_1
/MREP,EPLLOT

! Szimulációs ido számlálásának indítása

*GET,SS_TIME,ACTIVE,,TIME,WALL

! Szimulációs rész

/SOL
OUTRES,ALL,NONE
NSEL,S,LOC,X,XP(6)
D,ALL, ,0, , , ,TEMP, , , , ,
ALLSEL,ALL

ANTYPE,4
TRNOPT,FULL
LUMPM,0
OUTRES,NSOL,ALL,CM_1
TIME,EXP(-14.1)
AUTOTS,-1
DELTIM, , , ,1
KBC,0
TSRES,ERASE
TIMINT,0

```

```
TINTP,0.005, , , , ,  
/STATUS,SOLU  
SOLVE
```

```
FLST,2,1,2,ORDE,1  
FITEM,2,1  
/GO  
BFE,P51X,HGEN,1,1/(1e-3*1e-3*4.0000000000E-05), , ,  
ALLSEL,ALL
```

```
*DO,I,-14,7,0.001  
TIME,EXP(I)  
AUTOTS,-1  
KBC,0  
TSRES,ERASE  
TIMINT,1  
TINTP,0.005, , , , ,  
SOLVE  
*ENDDO
```

! Szimulációs idő számlálásának vége

```
*GET,SE_TIME,ACTIVE,,TIME,WALL  
S_TIME=SE_TIME-SS_TIME  
*STATUS,S_TIME
```

```
*MSG,UI,S_Time,'Elapsed time = ',S_TIME,' (h)'  
%%g%%c
```

Irodalomjegyzék

- [1] Székely Vladimír: A new evaluation method of thermal transient measurement results. 28. évf. (1997), *Microelectronics Journal*, 277–292. p.
- [2] Székely Vladimír, Tran Van Bien: Fine structure of heat flow path in semiconductor devices: A measurement and identification method. 31. évf. (1988) 9. sz., *Solid-State Electronics*, 1363–1368. p.
- [3] Székely Vladimír: On the representation of infinite-length distributed RC one-ports. 38. évf. (1991. július) 7. sz., *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 711–719. p.
- [4] Székely Vladimír: Identification of RC networks by deconvolution: Chances and limits. 45. évf. (1998. március) 3. sz., *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I. Fundamental Theory and Applications*, 244–258. p.
- [5] *JEDEC JC15 Committee on Thermal Characterization*.
- [6] Rencz Márta, Székely Vladimír, Poppe András: Algorithmic extension of thermal field solvers: Time constant analysis.
- [7] Székely Vladimír: Convolution calculus in the network theory and identification. 1997. szeptember., *Proceedings ECCTD*, 49–56. p.
- [8] Székely Vladimír: Kézirat, személyes közlés.
- [9] Székely Vladimír: *Distributed RC networks. Chapter 44. The Circuits and Filters Handbook. 2nd edition (Editor-in-Chief: Wai-Kai Chen)*. 2003, CRC Press Inc, 1201–1222. p.
- [10] Fastest Fourier Transform in the West. URL <http://www.fftw.com/>.
- [11] MATLAB. URL <http://mathworks.com/>.
- [12] A C++ high performance arbitrary precision arithmetic package.
URL <http://www.apfloat.org/apfloat/>.
- [13] Bbnum library. URL http://www.iw-net.org/index.php?title=Bbnum_library.
- [14] Arprec (C++/Fortran-90 arbitrary precision package).
URL <http://crd.lbl.gov/~dhbailey/mpdist/>.

- [15] GNU Multiple Precision arithmetic library. URL <http://gmp1ib.org/>.
- [16] Wolfram Research. URL <http://wolfram.com/>.
- [17] Bjarne Stroustrup: *A C++ programozási nyelv*. 2001, Kiskapu.
- [18] *MicReD, T3Ster-Master Thermal Transient Evaluation Tool User's Manual*.
- [19] Lánzos Kornél: A precision approximation of the gamma function. 1. évf. (1964), *Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics on Numerical Analysis*, 86–96. p.
- [20] W. V. Prestwich, T. J. Kennett: On the deconvolution of exponential response functions. 24. évf. (1979. március) 6. sz., *Phys. Med. Biol.*, 1107–1122. p.
- [21] GNU Multiple Precision arithmetic library documentation, Edition 4.3.0, 2009. április.
- [22] ANSYS. URL <http://ansys.com/>.
- [23] ANSYS Parametric Design Language Guide, ANSYS Release 11.0, 2007.
- [24] Modeling and meshing guide, ANSYS Release 11.0, 2007.
- [25] Nvidia. URL <http://www.nvidia.com/>.
- [26] Apple Inc. URL <http://www.apple.com/>.
- [27] OpenCL - the open standard for parallel programming of heterogeneous systems. URL <http://www.khronos.org/ocl/>.

Ábrák jegyzéke

2.1. A távvezeték egy elemi szakaszának helyettesítő képe	4
2.2. Az egyszerűsödött RC modell	5
2.3. Termikus rendszerek modellje	6
2.4. Egy illetve több tagból álló RC kétpólus diszkrét időállandó spektruma	7
2.5. RC kétpólus Foster helyettesítése	8
2.6. Az integrálás útja a komplex síkon	11
2.7. A $W(\Omega)$ függvény	13
2.8. Impulzus terhelés és a termikus válasz	14
2.9. Az impulzus hőellenállás diagram	15
2.10. A konvolúcióhoz szükséges három súlyfüggvény	17
2.11. Az egységugrásra adott válasz $\frac{d}{dz}$ deriváltja	18
2.12. A három súlyfüggvény Φ -tartománybeli spektruma	21
2.13. A Gauss és a \sin^2 szűrő karakterisztikája	25
2.14. A Foster a) és Cauer b) RC hálózat kanonikus modellje	27
3.1. A feldolgozás lépései	30
3.2. A zajjal terhelt LED válasza (T3Ster mérés)	31
3.3. A simított jel és az elektromos tranziens	32
3.4. Az időállandó spektrum a Bayes és a Fourier módszerrel számolva	33
3.5. A Foster hálózat előállítás	34
4.1. A jelfolyam útja	38
4.2. A különböző FFT implementációk teljesítménye	39
5.1. A homogén rúd modell	46
5.2. A szimulált és az analitikus eredmények különbsége	49
5.3. A homogén rúd termikus impedanciáját modellező hálózat	50

5.4. A homogén rúd struktúrafüggvénye	50
5.5. Az inhomogén rúd, a megjelölt tartomány fajlagos kapacitása kétszerese a többi részének	51
5.6. A homogén és az inhomogén rúd válaszfüggvénye	51
5.7. A homogén és az inhomogén rúd struktúrafüggvénye	52
5.8. A bemeneti adatsor	53
5.9. A zavarszűrt görbék	53
5.10. A zavarszűrt görbék különbsége	54
5.11. A derivált függvények	54
5.12. A derivált függvények különbsége	55
5.13. Az időállandó spektrumok	55
5.14. Az időállandó spektrumok különbsége	56
A.1. Grafikus magyarázat az integrálhoz	61
A.2. Grafikus magyarázat az integrálhoz	63