



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Lineáris elosztott RC hálózatok analízise

PhD értekezés téziszfüzete

Szerző: Szalai Albin
okleveles villamosmérnök

Témavezető: Dr. Székely Vladimír
professzor emeritusz
az MTA rendes tagja

Elektronikus Eszközök Tanszéke
Budapest, 2014.

Tartalomjegyzék

I. Bevezetés	2
II. Célkitűzések	2
III. Felhasznált eszközök és vizsgálati módszerek	4
IV. Új tudományos eredmények	5
1. Tézis	5
2. Tézis	6
3. Tézis	7
4. Tézis	10
V. Az eredmények gyakorlati alkalmazásai	11

I. Bevezetés

Az integrált áramkörök termikus problémáinak vizsgálata miatt az elmúlt két évtizedben az elosztott RC egykapuk kérdésköre ismét jelentős kutatási területté vált. A jobb termikus tervezés érdekében létfontosságúvá vált a termikus viselkedés modellezése. Általánosabban, gyakori probléma egy hálózat struktúrájának identifikálása mérésből vagy szimulációból (pl. egy egykapu pólus-zérus elrendezésének vagy transzfer impedanciájának megállapítása, ekvivalens helyettesítő áramkör előállítása időtartománybeli mérésből, stb.). A legtöbb esetben a számítások célja egy pontos modell meghatározása vagy a valós fizikai struktúra meghatározása mérésekből.

II. Célkitűzések

A témában született korábbi cikkekben [1] bemutatták, hogy az elosztott RC hálózatok sok esetben nem írhatóak le a klasszikus hálózatelméleti fogalmakkal (pólus-zérus elrendezés, időállandók), az elosztott rendszerekre kiterjesztett párjukat kell használni. RC hálózatok esetén ezek a kiterjesztések a komplex sík negatív valós tengelyén értelmezett két valóst valósra képező függvényként nyilvánulnak meg, amiket a továbbiakban összefoglalóan *leíró függvényeknek* nevezek.

A hálózatelméletben elvárt követelmény a különböző tartományok (frekvencia, idő, stb.) rendszerjellemező függvényeinek egyértelmű viszonya, ezért természetes igény ezen új elosztott leíró függvényeknek a viszonyát tisztázni. Első téziscsoportomban ezzel a kérdéskörrel foglalkozom. Az időállandó spektrum, dipólus intenzitás függvény, valamint az általános hálózatleíró függvények valós és képzetes része közötti kapcsolatot fejeztem ki konvolúciós formalizmussal.

A hálózatelmélet matematikai apparátusa többnyire impedancia alapú, a vizsgált rendszereket azok impedanciájával jellemzi, ezek gerjesztő és válaszfüggvényeivel operál. A teljesség igényén túl bizonyos esetekben gyakorlati előnyökkel is jár egyes összefüggések admittancia alapú megfogalmazása. Második téziscsoportomban az előzőekben már tárgyalt időállandó spektrum és dipólus intenzitás függvény admittancia tartományú megfele-

lőjét tárgyalom, és megadom a tranziens mérésekre használt NID¹ módszer admittancia alapú alapegyenletét is.

A NID módszerre épülő mérés technikai eljárás szabványban rögzített módszer integrált áramköri tokok félvezető hőforrás-tok (junction-to-case) hőellenállásának megállapítására. [2][3] Ez a hőellenállás különösen fontos a készüléktervezők számára, akiknek ez alapján kell megfelelő hűtőrendszert méretezni az adott áramkörhöz. Az áramkörgyártó cégek a termikus tranziens mérési eredmények kiértékelésével kapják meg a hőellenállás értéket amit aztán az áramkör adatlapján közölnek. Ez a kiértékelés egy hálózat-identifikációs eljárás, ami az elosztott termikus rendszert leíró, diszkrétizált RC hálózatot eredményez Cauer kanonikus alakban. A Mentor Graphics cég T3Ster-Master kereskedelmi szoftvere egy ilyen eljárást valósít meg a [4] cikkben publikált eredményekre támaszkodva. Ez a legszélesebb körben elterjedt megoldás a termikus tranziens mérések kiértékelésére.

Harmadik téziscsoportomban több, gyakorlati szempontból fontos kiegészítéssel láttam el ezt a mérés technikai eljárást. Az NID módszer alkalmazásakor azzal a feltételezéssel élünk, hogy egzakt a termikus válaszfüggvényünk, ami természetesen mérés esetén soha nem lehet igaz, kezelniük kell az eltéréseket.

Az eltérések fizikai okai:

- Az egységugrás gerjesztés bekapcsolási pillanata nem esik egybe a $t = 0$ időpillanattal, ahol ez az időpillanat a mért válaszunak időskálájának zérus pontja.
- A gerjesztő ugrásfüggvény felfutási ideje véges.
- A használt mérőerősítő vágási frekvenciája véges.

Rendkívül fontos ezen nemidealitások hatásának vizsgálata, hogy megállapíthassuk a jelenleg használt mérési és identifikációs eljárás pontosságát és korrigálhassuk ezeket a rendszeres hibákat.

Mivel a szabvány nem rögzíti azt, hogy milyen eszközt kell használni a méréshez és identifikációhoz, ezért bárki alkalmazhat saját algoritmust és megvalósítást a probléma megoldására. Abban az esetben ha ez az egyéni eljárás pontatlan, akkor a szabványosítási törekvés ellenére is pontatlan

¹ Network Identification by Deconvolution

– szélsőséges esetben teljesen hamis – hőellenállás adatokat közölhetnek a gyártók. Ennek megelőzésére egy olyan eljárást dolgoztam ki, amivel a mérestől függetlenül vizsgálható és minősíthető az identifikációs módszer.

Az NID módszer alapját képező konvolúciós hálózatelméleti apparátus egyes műveletekre regularizált divergáló operátor függvényeket vezet be. Negyedik téziscsoportom a regularizáció hatását vizsgálja az alkalmazott impulzusfüggvény félértékszélességének függvényében.

III. Felhasznált eszközök és vizsgálati módszerek

Mivel a kitűzött célok megvalósíthatósága, az elméleti eredmények alkalmazhatósága, valamint az újabb problémákat felvető gyakorlati visszacsatolás alapvető fontosságú, ezért valamennyi elméleti eredményt implementáltam C programozási nyelven. Az implementációkkal az új összefüggések működése közvetlenül is tesztelhetővé vált valamennyi tézis esetében.

Az elméletekkel foglalkozó kutatás módszereit elsősorban az adott problémakörhöz rendelkezésre álló matematikai formalizmus és a hozzá tartozó módszerek határozták meg. Valamennyi tézispontban az *analízis* matematikai apparátusa került felhasználásra, különös tekintettel a konvolúciós típusú integrálegyenletekre. Az elosztott RC hálózatokat leíró függvények között általános integrálegyenletek teremtenek kapcsolatot.

A változók logaritmikus átskálázásával ezek konvolúciós integrálegyenletekké egyszerűsödnek, ami lehetővé teszi a további vizsgálatokat, ezt használom ki az első és második téziscsoportomban, ahol az elosztott RC hálózatokat leíró függvények közötti új kapcsolatokat határoztam meg.

A harmadik téziscsoportban szintén az analízis apparátusát használtam valós mérés technikai eljárás hibáinak formalizálására. A formalizálás lehetővé tette a korrekcióhoz szükséges összefüggések analitikus meghatározását.

A negyedik tézis felhasználja a lineáris rendszerek zajának fogalmkörét, így modellezve az operátor függvényeken végzett konvolúció felbontás és jel-zaj viszony korlátozó hatását.

IV. Új tudományos eredmények

1. Tézis

Az elosztott RC hálózatok elméletének konvolúciós megfogalmazása terén az alábbi eredményeket értem el.

- 1.1. Meghatároztam az időállandó spektrum és a dipólus intenzitás függvények kapcsolatát adó két egyenletet [JN1]

$$I_d(\Sigma) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arcus} \left(R_M(x) \otimes \frac{1}{1 - \exp(x)} \right)$$
$$R(\zeta) = \frac{1}{\pi} R_0 \cdot \operatorname{Im} \left(\exp \left(I_d(x) \otimes \frac{\exp(x)}{1 - \exp(x)} \right) \right)$$

Megállapítottam, hogy ezek az összefüggések a konvolúción túl nemlineáris műveletet is tartalmaznak, a két rendszerjellemező függvény kapcsolata tehát nemlineáris.

- 1.2. Megállapítottam, hogy a hálózatleíró függvények valós és képzetes része közötti összefüggést megadó Bode integrál megfelelő átfogalmazással beilleszthető az elosztott hálózatelmélet konvolúciós eszköztárába. Meghatároztam az ehhez szükséges operátorfüggvényeket. [J1]

$$\operatorname{Im} \{ \mathbf{Z}(\Omega) \} = W_{\operatorname{ReIm}} \otimes \operatorname{Re} \{ \mathbf{Z}(\Omega) \}$$

ahol

$$W_{\operatorname{ReIm}}(x) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\operatorname{sh}(x)}$$

és

$$\operatorname{Re} \{ \mathbf{Z}(\Omega) \} = W_{\operatorname{ImRe}}(\Omega) \otimes \operatorname{Im} \{ \mathbf{Z}(\Omega) \}$$

ahol

$$W_{\operatorname{ImRe}}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\exp(-x)}{\operatorname{sh}(x)}$$

2. Tézis

Az elosztott RC hálózatelmélet konvolúciós eszközkészletének egyes impedancia alapon kidolgozott összefüggéseit admittancia alapúra fogalmaztam át.

2.1. Definiáltam az időállandó spektrum és a dipólus intenzitás komplex admittancia alapú párját. Levezettem e két jellemző függvény kiszámításának módját. [JN1]

Egy RC egykapu feszültségugrásra adott áram válasza számos exponenciális komponenst tartalmaz különböző időállandókkal és amplitúdókkal. Az admittancia alapú $G(\zeta)$ időállandó spektrum egy infinitezimálisan kis ζ szakasz amplitúdóinak integráljaként definiálható. Egy elosztott rendszer admittancia alapú dipólus intenzitás függvénye a negatív valós tengelyen lévő végtelen számú pólus-zérus pár (dipólus) relatív távolságaival definiálható.

Kiszámításuk módja az $\mathbf{Y}(\mathbf{s})$ komplex admittancia alapján:

$$G(\zeta = -x) = +\frac{1}{\pi} \text{Im} \{ \mathbf{Y}(\mathbf{s} = -\exp(x)) \}$$

$$I_{dY}(\Sigma) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \{ \ln \mathbf{Y}(s = -\exp(\Sigma)) \}$$

A dipólus intenzitás definíciója valamint az impedancia és admittancia reciprok viszonya alapján a két dipólus intenzitás függvény csak előjelben tér el egymástól.

2.2. A (termikus) tranzienis mérések kiértékelésére használt NID módszer az impedancia tartományban működik, ahol a vizsgált rendszer áram egységugrásra adott feszültség válaszát használjuk fel. Kidolgoztam az admittancia alapú komplementer eljárást, ahol feszültség egységugrás $i(t)$ áram válasza a számítás kiindulása. [JN1]

A komplementer eljárás alap egyenlete:

$$\frac{di}{dz} = -G(-z) \otimes \exp(z - \exp(z))$$

ahol $z = \ln(t)$ a logaritmusos időváltozó és $G(z)$ az admittancia alapú időállandó spektrum.

3. Tézis

Az elosztott hálózatelmélet konvolúciós eszközkészletét, valamint a NID módszerre épülő méréstechnikai eljárást több, gyakorlati szempontból fontos kiegészítéssel láttam el.

3.1. Eljárást dolgoztam ki az időállandó spektrum rendszeres mérési hibáinak korrekciójára. [C1][J2]

A hibák tárgyalásánál az időállandó spektrumot tekintem a termikus egykapu fő jellemző függvényének. A rendszeres hibákat úgy kezelem, mint az időállandó spektrum karakterisztikus torzulásait.

Analitikusan kifejeztem egy általános nem ideális $E(t)$ egységugrás gerjesztés esetén a $D(\tau)$ lineárisan skálázott időállandó spektrum torzulásának mértékét:

$$K(\tau) = \int_{t_{E_0}}^{t_{E_1}} \frac{dE(x)}{dx} \cdot \exp(x/\tau) dx.$$

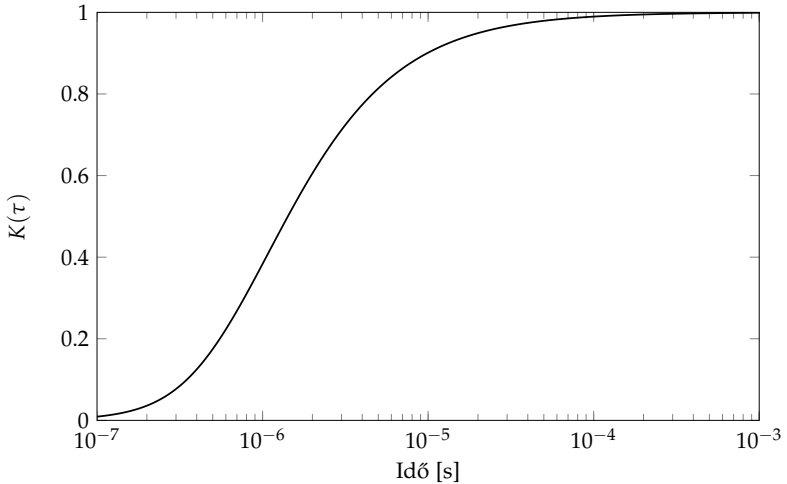
Az így levezetett korrekciós függvény segítségével korrigálható az $E(t)$ gerjesztés által torzított $D_m(\tau)$ mért időállandó spektrum.

Analitikusan kifejeztem egy általános $w(t)$ súlyfüggvénnyel jellemezhető mérőerősítő esetén a $D(\tau)$ lineárisan skálázott időállandó spektrum torzulásának mértékét.

$$K(\tau) = \int_{t_{w_0}}^{t_{w_1}} w(x) \cdot \exp(x/\tau) dx$$

A nemidealitások kombinált hatása konvolúciós egyenlettel megfogalmazható, ahol figyelembe vehető a nem ideális gerjesztés és a véges vágási frekvenciájú mérőerősítő karakterisztikus viselkedése is.

Egy ilyen kombinált korrekciós függvény számításának eredménye látható az 1. ábrán. A korrekciós függvény a mérési hibával reciprokon viszonyban van, így jól látható, hogy a vizsgált rendszeres mérési hibák a kis idő-

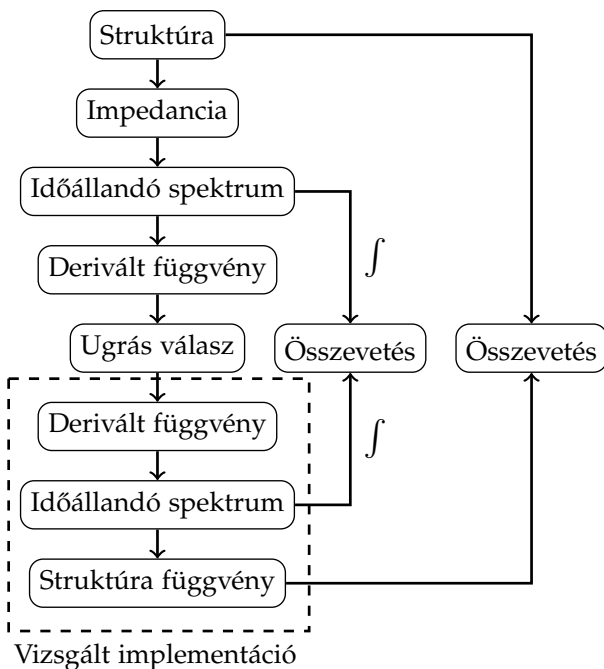


1. ábra. A kombinált korrekciós függvény optimális bekapcsolás esetén.

állandók értékében okoznak nagy hibát, a nagy időállandók felé haladva 0-hoz tart.

3.2. Verifikációs eljárást dolgoztam ki elosztott RC hálózatok identifikációs algoritmusainak minősítésére. [C2][J3]

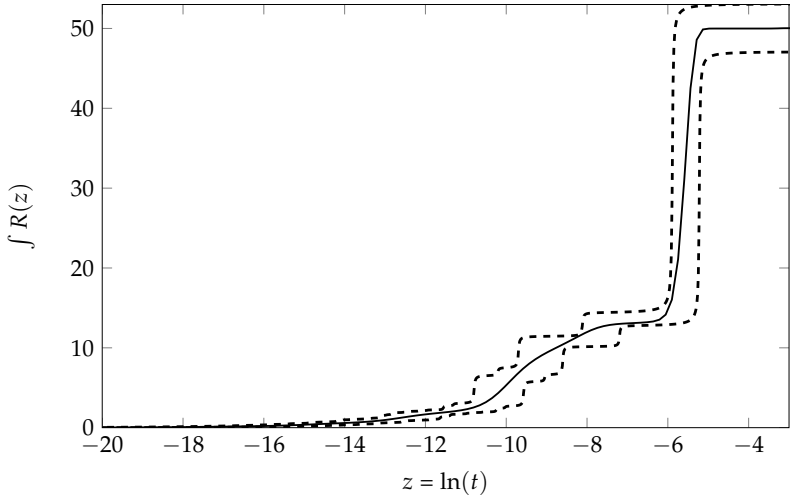
A kidolgozott új eljáráshoz az NID módszer vizsgálatán keresztül jutottam el. Definiáltam egy többretegű referencia struktúrát, aminek analitikusan kifejeztem az egységugrás választát, időállandó spektrumát és kumulatív struktúra függvényét. A tesztelendő eljárás bemeneti adatsorának az analitikus egységugrás választ alkalmazva az eredményül kapott időállandó spektrum és struktúra függvény eltérését vizsgálom a referenciához képest. A függvények direkt összehasonlítása nem informatív, időtartományban az időállandók csúcsai elkenődnek. A hálózat identifikálása szempontjából az időállandó spektrum abszolút értékével szemben annak integrálja lényegesebb, hiszen ebből számítható ki a helyettesítő RC hálózat. A vizsgálat folyamata látható a 2. ábrán. Az integrálfüggvények hibája már valóban informá-



2. ábra. Az összehasonlítás folyamata

ciót ad a vizsgált implementáció használhatóságáról, valamint lehetőségünk van egyszerű tolerancia sávot definiálni (3. ábra).

A struktúra függvényeket összevetve szintén egyszerűen definiálhatunk tolerancia sávot. Ebben az esetben lehetőségünk van figyelembe venni a gyártási eljárások szórásait, – mivel a struktúra függvényt meghatározó Ca-uer hálózat az 1D-s hőút anyagjellemző változásait tükrözi – ezáltal a tolerancia sáv szigorításával nagyobb kontroll érhető el a gyártási paraméterek variációjára felett.



3. ábra. Az időállandó-integrálfüggvény és a hozzá tartozó tolerancia sáv

4. Tézis

A [5] publikáció egyes konvolúciós műveletekre (pl. az időtartomány és a frekvenciatartomány közötti transzformációkra) divergáló operátor függvényeket vezet le. Ezen operátor függvényeket úgy teszi mégis használhatóvá, hogy egy impulzusfüggvénnyel történő konvolúcióval regularizálja ezeket.

Megállapítottam, hogy az impulzusfüggvény félértékisélesség paraméterével a felbontás romlása közel egyenesen, a jel-zaj viszony változása fordítottan arányos. [J1]

A vizsgálat tárgya egy lineáris rendszerként tárgyalható, ahol a bemenet a vizsgált divergáló operátor függvény $Y(x)$, a rendszer kimenete $U(x)$ valamint átviteli függvénye a szükséges impulzusfüggvény $W(x)$. Levezettem a kimenet jel-zaj viszonyát (SNR_y) a bemenet jel-zaj viszonya (SNR_u), az

átviteli függvény és a bemenet korreláltságának (r_u) függvényében:

$$\text{SNR}_y = \text{SNR}_{u,+\infty} \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} W(x) dx \right)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} W(\vartheta) W(\theta) r_u(\theta - \vartheta) d\theta d\vartheta}.$$

V. Az eredmények gyakorlati alkalmazásai

A mérnöki tudományok elméleti kutatásai esetén is rendkívüli fontos az új eredmények gyakorlati alkalmazhatósága.

Első téziscsoportom eredményeivel a hálózatidentifikációs eljárások egészíthetők ki. A kiegészítéseknek köszönhetően az identifikáció során, ha az időállandó spektrumot vagy a dipólus intenzitás függvényt sikerült meghatározni, a másik közvetlenül számítható. Egy további hasznos tulajdonságot nyernek a kibővített eljárások, nem szükséges a teljes impedancia függvényt megadni, elég annak csak a valós vagy képzetes részét, valamennyi rendszerjellemző függvény egyértelműen meghatározható. Ez különösen akkor praktikus, ha a rendszerünk komplex impedanciája nem mérhető meg pontosan, de tisztán a valós vagy képzetes része igen.

A második téziscsoportomban bevezetett admittancia alapú reprezentációknak köszönhetően a tranziens mérések kiértékelésére használt NID módszer a problémák szélesebb körében is alkalmazhatóvá vált. Ez a kiterjesztés különösen a tisztán elektromos hálózatok mérésekor praktikus.

Harmadik téziscsoportom eredményeit a gyakorlati alkalmazásokban jelentkező problémák motiválták. Az itt bemutatott eredmények segítségével egy karakterizálást követően direkt módon kompenzálhatóvá válik három jelentős, az időállandó spektrum mérését érintő, rendszeres hiba, valamint a méréstől függetlenül verifikálni tudjuk a kiértékeléshez használt hálózat-identifikációs algoritmus implementációját.

A negyedik tézisben bemutatott eredmények segítségével optimalizálni tudjuk a hálózatleíró függvények között transzformáló divergáló operátor függvények regularizációját. Ezeket a regularizált operátor függvényeket használja több, az előző téziscsoportokban bemutatott eljárás, így azok pontosságára, valamint jel-zaj viszonyára közvetlenül hatással van.

Megjelent folyóiratcikkek

- [J1] Vladimír Székely and Albin Szalai. Transformation between Linear Network Features in Convolution Approach. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2013.
- [J2] Vladimír Székely and Albin Szalai. Measurement of the time-constant spectrum: Systematic errors, correction. *Microelectronics Journal*, 43(11):904–907, 2012.
- [J3] Albin Szalai and Vladimír Székely. Possible acceptance criteria for structure functions. *Microelectronics Journal*, 43(2):164–168, 2012.

Elbírálás alatti folyóiratcikkek

- [JN1] Albin Szalai and Vladimír Székely. Distributed RC One-Ports: Representative Functions and their Relations. *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*, 2014.

Konferenciakiadványban megjelent előadás

- [C1] Vladimír Székely and Albin Szalai. Measurement of the time-constant spectrum: Systematic errors, correction. In *Thermal investigations of ICs and Systems (THERMINIC)*, pages 45–48, Paris, 2011.
- [C2] Albin Szalai and Vladimír Székely. How do we know if a structure function is correct? In *Thermal investigations of ICs and Systems (THERMINIC)*, pages 80–83, Barcelona, 2010.

Tézisekhez szorosan nem kapcsolódó közlemények

- [N1] Albin Szalai, Zoltán Czirkos, and Vladimír Székely. A quasi-SPICE electro-thermal simulator. In *Thermal investigations of ICs and Systems (THERMINIC)*, pages 190–195, 2012.

- [N2] Albin Szalai and Gyula Horváth. Kapcsolt kapacitású szűrő tervezése orvosbiológiai alkalmazásokhoz. *Híradástechnika*, LXVI(4):35–43, 2012.
- [N3] Gergely Nagy, András Timar, Albin Szalai, Márta Rencz, and András Poppe. New simulation approaches supporting temperature-aware design of digital ICs. In *Proceedings of 28th Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium (SEMI-THERM)*, pages 313–318, 2012.

Irodalom

- [1] Vladimír Székely. On the representation of infinite-length distributed RC one-ports. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(7):711–719, 1991.
- [2] Dirk Schweitzer, Heinz Pape, and Liu Chen. Transient Measurement of the Junction-To-Case Thermal Resistance Using Structure Functions: Chances and Limits. In *24th Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium*, pages 191–197, 2008.
- [3] Dirk Schweitzer, Heinz Pape, Rudolf Kutscherauer, and Martin Walder. How to evaluate transient dual interface measurements of the R_{th-JC} of power semiconductor packages. In *25th Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium*, pages 172–179, 2009.
- [4] Vladimír Székely and Tran Van Bien. Fine structure of heat flow path in semiconductor devices: a measurement and identification method. *Solid-State Electronics*, 31(9):1363–1368, 1988.
- [5] Vladimír Székely. Convolution calculus in the network theory and identification. In *Conference on Circuit Theory and Design ECCTD'97*, pages 49–56, Budapest, 1997.