



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Szalai Albin
szalai@eet.bme.hu

Kapcsolt kapacitású technika



Elektronikus Eszközök Tanszéke, 2013.

Tartalomjegyzék

1. Elméleti alapok	2
1.1. A kapcsolt kapacitású technika elméleti alapjai	3
1.2. Hálózatelméleti tárgyalás	3
1.3. A z-transzformáció fontosabb következményei	5
1.4. A z - és s -tartomány különbségei a tervezés szempontjából	8
1.5. Közelítőleg folytonos működés	9
1.6. A specifikáció átttranszformálása a mintavételezett tartományba	10
2. Tervezés	13
2.1. Szűrők realizálása	13
2.1.1. Létrahálózatos LC topológia	14
2.1.2. Tow-Thomas biquad topológia	15
2.2. Kapcsolt kapacitású szűrők realizációja	16
2.2.1. Létrahálózatos LC megfeleltetés	17
2.2.2. Tow-Thomas biquad megfeleltetés	23
3. Szimuláció	27
3.1. Makromodellek, diszkrét idejű szimulátorok	27
3.2. AC válasz meghatározása tranziens analízisből	28
3.3. Periodikus kisjelű analízis	29
3.3.1. PSS analízis	29
3.3.2. PAC analízis	30

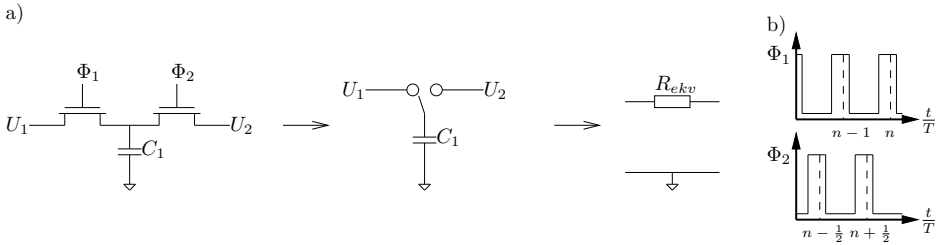
1. fejezet

Elméleti alapok

A szilíciumon megvalósított aktív szűrők legnagyobb problémája, hogy nagyon korlátozott a megvalósítható passzív elemek nagysága. A kondenzátorok kapacitása maximum $6 - 700\text{pF}$, az ellenállások maximális ellenállása pedig néhány $100\text{k}\Omega$ lehet. Alacsony vágási frekvencián ezeknél az értékeknél lényegesen, akár több nagyságrenddel nagyobb értékek is szükségesek lehetnek. A kapcsolt kapacitású technikával ez a korlát kerülhető meg. Ha a hálózatban szereplő kapacitások értékét a megvalósítható tartományba csökkentjük, akkor $M\Omega$, $G\Omega$ nagyságrendű ellenállások adódnak. Ezeket a nagyértékű ellenállásokat lehet nagy pontossággal megvalósítani kapcsolt kapacitású ellenállásokkal. A szűrő struktúrája nem változik meg ettől, azonban a szűrő ekkor már nem folytonos, hanem diszkrét hálózat. A szakirodalom mintavételezett analóg rendszerként tárgyalja. A kapcsolt kapacitások nagy előnye, hogy az ekvivalens ellenállás értékét az alkalmazott kapacitás és a kapcsolókat vezérlő órajel frekvenciája határozza meg, ezért a már legvártott eszköz ekvivalens ellenállás értékét a kapcsoló frekvencia változtatásával hangolhatjuk. Ezzel a módszerrel egy szűrő vágási frekvenciája akár 0.2% pontossággal is beállítható. A mintavételezésnek a maximális működési frekvenciához képest több 10-szeresnek 100-szorosnak kell lennie, ezért a tipikusan használt maximális vágási frekvenciák a néhány MHz nagyságrendbe esnek. Ez az egyik hátránya ennek a technikának. Mivel a kapcsolt kapacitás a valódi ellenállás zajteljesítményét szolgáltatja, ezért a kapcsolt kapacitású szűrők a legzajosabbak. Az órajel is előrecsatolódik a szűrő kimenetére, s az alkalmazástól függ, hogy ez a nagyfrekvenciás zavar megengedhető-e vagy sem. Ami egyedülálló a többi szűrőhöz képest, 0.1Hz határfrekvencia is megvalósítható ésszerű méretek mellett. Annak következtében, hogy a kapcsolt kapacitású szűrő mintavételezett hálózat, szivárgás (aliasing) léphet fel, amennyiben a bemeneti jel a mintavételezési frekvencia felénel nagyobb frekvenciájú és még érzékelhető amplitúdójú komponenseket tartalmaz, vagyis nem sávhatárolt.

1.1. A kapcsolt kapacitású technika elméleti alapjai

A kapcsolt kapacitású technika lényegét a legszemléletesebben a rezgőkondenzátorral megvalósított ellenálláson lehet bemutatni[1].



1.1. ábra. A rezgőkondenzátorral megvalósított ekvivalens ellenállás

A két NMOS tranzisztor kapcsolóként működik, és két egymással át nem lapolódó órajellel vezéreljük őket. Minden balról-jobbra történő átkapcsolás során először az U_1 feszültségű ponton feltöltődik az U_1 feszültségre, majd a töltést átviszi az U_2 feszültségű pontra, vagyis lényegében töltéstranszport történik. Amikor a kapacitás az U_1 feszültségű pontra kapcsolódik, a töltése $Q_1 = C \cdot U_1$. Az U_2 feszültségű ponthoz kapcsolódva a töltés új értéke $Q_2 = C \cdot U_2$. Így a két csomópont között szállított töltés

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = C \cdot (U_1 - U_2) \quad (1.1)$$

A kapcsoló órajelnek megfelelően egy $T = 1/f_s$ hosszúságú periódus alatt egyszer viszi át ezt a töltésmennyiséget a két csomópont között. A töltés áramlás definíciószerűen áramot jelent, s így azt mondhatjuk, hogy a rezgő kapacitás hatására áram folyik a két pont között. Ha a két csomópont frekvenciájához képest sokkal (10-100-szor) gyorsabban kapcsolgatjuk a kapacitást, U_1 és U_2 között az átfolyó áram átlagos értéke

$$I_{ekv} \simeq \frac{\Delta Q}{T} = \Delta Q \cdot f_s = f_s \cdot C(U_1 - U_2). \quad (1.2)$$

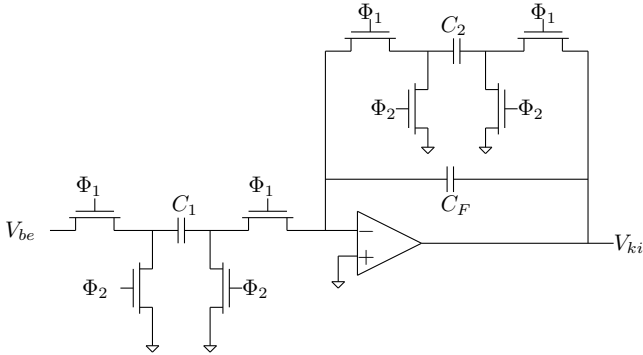
A két pont feszültség-különbsége és az átfolyó áram hányadosaként definiálhatunk egy R_{ekv} ekvivalens ellenállást, amelyet a továbbiakban az áramkör jellemzésére használhatunk.

$$R_{ekv} = \frac{U_1 - U_2}{I_{ekv}} = \frac{1}{C_1 \cdot f_s} \quad (1.3)$$

1.2. Hálózateleméleti tárgyalás

Egy kapcsolt kapacitású áramkör működésének alapos vizsgálatához vegyünk egy egyszerű blokkot, az invertáló, veszteséges, kapcsolt kapacitású integrátort (1.2. ábra). (A kapcsolás a „switch sharing” – „kapcsolón való osztozás” elve alapján egyszerűsíthető[2],

mivel C_1 és C_2 egymás felé néző fegyverzetei ugyanabban a fázisban kapcsolódnak vagy az invertáló bemenetre, vagy a földre, ezért C_2 baloldali kivezetése közvetlenül C_1 jobb oldali kivezetéséhez köthető, és két tranzisztor fölöslegessé válik.



1.2. ábra. Veszteséges invertáló integrátor

Ezzel a módszerrel sok esetben lehet egyszerűsítéseket végrehajtani. Ideális ellenállásokkal a hálózatra vonatkozó differenciálegyenletről az s-tartományba áttérve és megoldva azt a folytonos s-tartománybeli átvitel

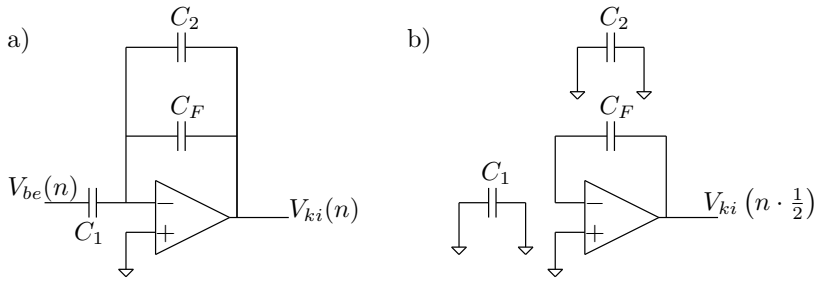
$$\frac{V_{ki}(s)}{V_{be}(s)} = -\frac{R_2}{R_1(1 + sR_2C_F)} = -\frac{C_1}{C_F} \frac{f_c}{j\omega + f_c \frac{C_2}{C_F}} \quad (1.4)$$

lenne, ahol R_1 és R_2 C_1 és C_2 kapcsolgatásából adódó ellenállások. Ez a levezetés itt azonban nem végezhető el, mivel a hálózat nem folytonos működésű. A működés pontos leírásához és a korrekt hálózatelméleti tárgyaláshoz meg kell vizsgálni az áramkör működését periódusról periódusra. Ezt segíti az 1.3. ábra, ahol az integrátor ekvivalensei láthatók Φ_1 illetve Φ_2 magas logikai értékére, az 1.1. ábra jelöléseit használva az n -edik, illetve az $(n - \frac{1}{2})$ -ik szakaszban.

A matematikai leíráshoz tegyük fel, hogy a bemenet egy periódus alatt pillanatszerűen egyszer vált értéket, Φ_1 alatt. Így a következő Φ_2 alatt a bemenet változatlan, azaz $v_{be}(n - \frac{1}{2}) = v_{be}(n - 1)$. Az áramkör leírását Φ_1 alatt az 1.3. a) ábra ekvivalensét felhasználva a neminvertáló csomópontra vonatkozó áramegyenlettel célszerű elvégezni:

$$i(t) = C_1 \frac{dv_{be}}{dt} = -(C_F + C_2) \frac{dv_{ki}}{dt} \quad (1.5)$$

Ahhoz, hogy töltésekre vonatkozó egyenletet kapjunk ($Q = CU$), (1.5)-öt ki kell integrálni az 1.1. b) ábra normalizált időtengelyén az előző, $(n - \frac{1}{2})$ -ik időponttól a jelenlegi, n -edik



1.3. ábra. Az integrátor ekvivalens a) Φ_1 b) Φ_2 magas értékére

időpontig:

$$(C_F + C_2)v_{ki}(n) - (C_F + C_2)v_{ki}\left(n - \frac{1}{2}\right) = -C_1 \left[v_{be}(n) - v_{be}\left(n - \frac{1}{2}\right) \right] \quad (1.6)$$

Az egyszerűsítés az 1.3. b) ábra alapján adódik, amely szerint C_1 és C_2 töltése Φ_2 alatt 0, ezért (1.6) így módosul:

$$(C_F + C_2)v_{ki}(n) - C_F v_{ki}\left(n - \frac{1}{2}\right) = -C_1 v_{be}(n) \quad (1.7)$$

Továbbá mivel Φ_2 alatt a műveleti erősítő és C_F el vannak izolálva az előző, $(n-1)$ -edik periódus óta, $v_{ki}\left(n - \frac{1}{2}\right) = v_{ki}(n-1)$. Ez annak is köszönhető, hogy C_2 leválasztása a kimeneti feszültséget nem változtatja meg. (1.7) tehát átírható az alábbi, végleges alakra:

$$C_F[v_{ki}(n) - v_{ki}(n-1)] + C_2 v_{ki}(n) = -C_1 v_{be}(n), \quad (1.8)$$

amely a hálózat *differeencia-egyenlete*. Ez diszkrét idejű hálózatot ír le, amelyet a mintavételezett z-tartományban lehet tárgyalni.

1.3. A z-transzformáció fontosabb következményei

A kapcsolt kapacitás következtében egy kapcsolt kapacitású áramkör mintavételezett hálózatnak tekinthető. A mintavevő fázis (az előző példában Φ_1) alatt némileg változik ugyan a bejövő jel értéke, átkapcsoláskor viszont a kapacitás az adott végső értéken van, tehát jóformán érdektelen, hogy milyen kis mértékben változott a töltése a mintavevő szakaszban. Ennek megfelelően a hálózat a bemeneti jelet mintavételezi és úgy dolgozza fel. A folyamat matematikailag úgy írható le, hogy a bemeneti belépő $x(t)$ jelet megszorozzuk egy mintavevő $s(t)$ (sampling) jellel. A mintavevő jel egy periódusban általános esetben τ ideig végzi a mintavételezést. Eszerint a mintavett jel időbeli leírása a következő:

$$x_s(t) = x(t)s(t) = K \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)[\varepsilon(t - nT) - \varepsilon(t - nT - \tau)] \quad (1.9)$$

ahol $\varepsilon(t)$ az egységugrás függvény. A K szorzó értéke $1/\tau$, ezzel normalizáljuk azonos teljesítményre a mintavételezett jelet. Mivel ez folytonos időtartománybeli leírás, elvégezhető rajta a Laplace-transzformáció:

$$X_s(s) = \mathcal{L}\{x_s(t)\} = K \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \left(\frac{1}{s} e^{-snT} - \frac{1}{s} e^{-(snT+\tau)} \right) = \frac{1}{\tau} \frac{1 - e^{-s\tau}}{s} \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-snT} \quad (1.10)$$

A szummázás előtti állandó a τ mintavételező pulzus hosszától függ, τ értéke azonban általában annyira kicsi, hogy a határértékszámítást elvégezve az állandó 1-nek adódik. Figyelembe véve, hogy egy mintavevő pulzus integrálja 1, és a τ időtartam 0-hoz tart, az $s(t)$ mintavevő jel jó közelítéssel Dirac-delták sorozatának tekinthető. Ez (1.10)-ből is látszik, hiszen a szummázáson belül minden e -ados tag egy nT idővel eltolt Dirac-delta. (1.10) átírható:

$$X_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-snT} = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) z^{-n}, \quad (1.11)$$

ahol bevezettük a $z = e^{sT}$ változót. Ez az $x_s(t)$ jel egyoldalas z -transzformáltja, ahol a T periódusidő érdektelen, ezért elhagyható (vagy egy más felfogás alapján értéke elméletben 1-nek vehető). Az új jelöléssel, ahol a z -transzformáció szimbóluma is jelölve van:

$$\mathcal{L}\{x(nT)\} = \mathcal{Z}\{x(n)\} = X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n} \quad (1.12)$$

Mivel a frekvenciatartománybeli viselkedés a vizsgálatunk legfőbb témaköre, nézzük meg, hogy mit okoz a mintavételezés a frekvenciatartományban. Az $s(t)$ mintavevő jel Fourier-sora:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_c t}, \quad (1.13)$$

ahol $\omega_c = \frac{2\pi}{T}$ a mintavételi körfrekvencia és

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t) e^{-jk\omega_c t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \delta(t) e^{-jk\omega_c t} dt = \frac{1}{T}, \quad (1.14)$$

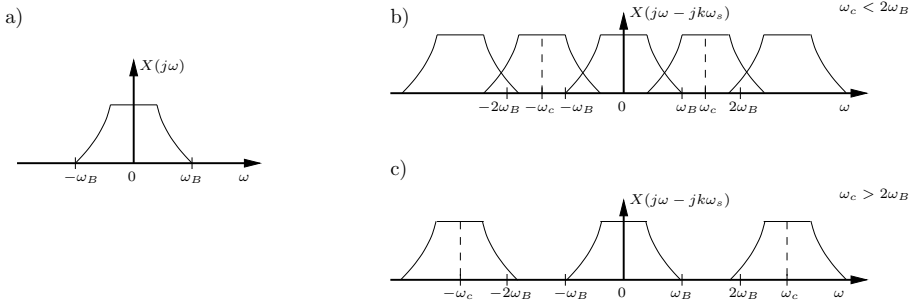
így

$$F\{x_s(t)\} = F\{x(t)s(t)\} = F\left\{ \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-jk\omega_c t} \right\} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} F\{x(t) e^{-jk\omega_c t}\} \quad (1.15)$$

A mintavételezett jel spektruma tehát:

$$X_s(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X[j(\omega - k\omega_c)] \quad (1.16)$$

(1.16) következménye, hogy a bemeneti $x(t)$ jel alapsávi spektruma a mintavételezés következtében feltranszformálódik az ω_c mintavételi frekvencia egész számú többszörösire. Ebből az következik, hogy az ω_B sávszélességű bemeneti jelet (1.4. a) ábra) Shannon mintavételezési törvénye szerint legalább $2\omega_c$ körfrekvenciával kell mintavételezni (1.4. c) ábra), hogy elkerüljük a többszöröződött spektrumok átlapolódását (1.4. b) ábra).

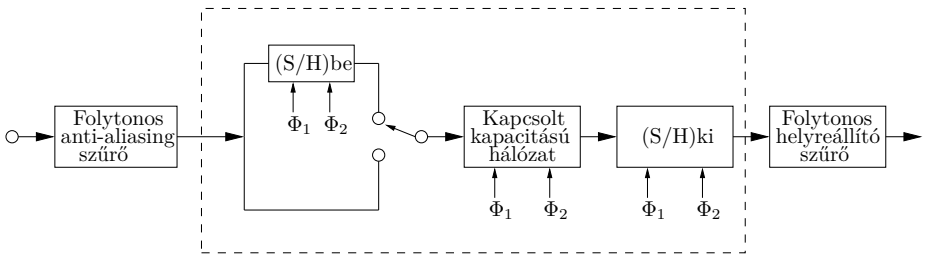


1.4. ábra. a) Alapsávi spektrum b) Helytelen mintavételezés c) Helyes mintavételezés

Ez a feltétel a gyakorlatban több szempontból kifolyólag is teljesül. A mintavételi frekvenciát a sávszélesség többszörösére választják, hogy az áramkör a folytonos működést minél inkább közelítse (ld. 1.5). Másrészt a gyakorlati bemenő jelek nem sávhatároltak, ω_B felett ha máshonnan nem is, zajforrásokból származó komponenseket tartalmaznak. Ez a tartomány ω_c többszörösére felkeveredve éppen az alapsávba kerülhet. Ennek megelőzésére a szűrő bemenetén egy ún. anti-aliasing aluláteresztő szűrőt helyeznek el, amely ω_B -ig átereszt, afölött vág. Ha ω_c jóval nagyobb, mint ω_B , az anti-aliasing szűrőnek sokkal enyhébb specifikációnak kell megfelelnie, jóval tágabb lesz az átmeneti tartománya, így első- vagy másodfokú aktív szűrő, de akár egy RC-tag is el tudja látni ezt a feladatot. Mindezekből következik, hogy a kapcsolt kapacitású áramkör kimenetére is el kell helyezni egy egyszerű szűrőt, amely a többszöröződött spektrumokat kiszűri, és csak alapsávban enged át. ω_c tekintetében tehát a kimeneti helyreállító (reconstruction) szűrő szempontjából is előnyös a túlmintavételezés.

A kimeneti szűrés a kimeneti jel lépcsőzöttségét is enyhíti. A lépcsőzöttség abból adódik, ahogy az integrátor példáján láttuk, hogy Φ_2 alatt a kimenet nem változott, tartotta kiindulási értékét. A mintavételezés tehát együtt jár a tartással is, a kapcsolt kapacitású rendszer hálózatoméleti felépítését ábrázoló blokkdiagram ezért ki- és bemeneti elméleti mintavevő-tartó (S/H: Sample and Hold) egységgel egészül ki (1.5. ábra). (A valóságban az S/H blokkok magában a kapcsolt kapacitású hálózatban realizálódnak.)

A kimeneten viszont nem az 1.4. c) ábrának megfelelő azonos súlyú spektrumok közül kell szűrni. A tárgyalás során (1.10) szummációs indexe előtti tagot 1-el közelítettük. A kifejezésben s -sel, a valós frekvenciatartományba való áttérés után $j\omega$ -val való szorzás is van. Az alapsávban a közelítés jogos volt, ω_c többszörössein viszont a kifejezés 1-től való eltérése számottevővé válik. A kifejezésben τ -t T -vel lehet helyettesíteni, mivel a



1.5. ábra. Egy általános kapcsolt kapacitású rendszer elméleti blokkdiagramja

mintavételezés után a vett érték T ideig nem változik, így a kifejezést átírva, képletesen az elméleti S/H egység átvitele:

$$H_{S/H}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{sT}, \quad (1.17)$$

ami a $j\omega$ tengelyen így módosul:

$$H_{S/H}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T} = \frac{e^{j\omega \frac{T}{2}} - e^{-j\omega \frac{T}{2}}}{j\omega T} e^{-j\omega \frac{T}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} e^{-j\omega \frac{T}{2}} \quad (1.18)$$

Az S/H funkció miatt tehát a rendszer átvitele a $\sin(x)/x$ függvény szerint súlyozódik. Ennek a hatása a mintavételi frekvencia többszörösein válik láthatóvá, ahogy az 1.6. ábra is mutatja, ahol a kimeneti spektrum látható, a helyreállító szűrő bemenetén.

1.4. A z - és s -tartomány különbségei a tervezés szempontjából

Mivel a kapcsolt kapacitású szűrőt folytonos jel szűrésére használják, a folytonos szűrőkre kidolgozott közelítési eljárások használatosak kapcsolt kapacitású szűrő karakterisztikájának specifikálásakor is. De hogy módosítja az eljárást azt, hogy a kapcsolt kapacitású hálózat korrekt leírása a z -tartományban történik?

Az s -tartomány változója $s = \sigma + j\omega$, az s - és z -tartomány közötti áttérés definíciója

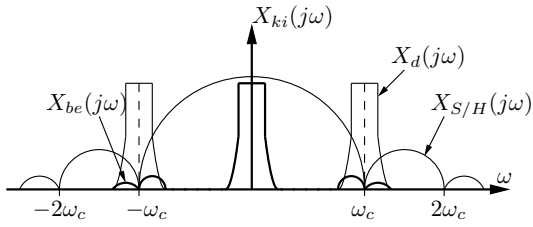
$$z = e^{sT} = e^{\sigma T} e^{j\omega T} \quad (1.19)$$

z abszolút értéke

$$|z| = e^{\sigma T}, \quad (1.20)$$

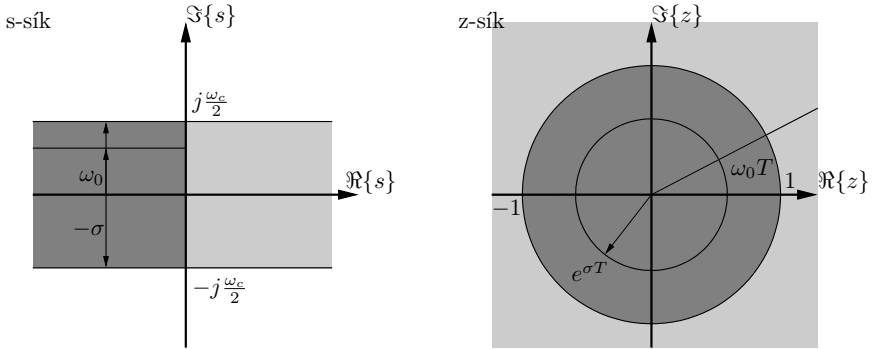
ami $\sigma < 0$ esetén (s a baloldali síkon van az 1.7. ábrán) $|z| < 1$ -et eredményezi. Valós, fizikai frekvenciákra ($\sigma = 0, s = j\omega$)

$$|z| = |e^{j\omega T}| \equiv 1 \quad (1.21)$$



1.6. ábra. A mintavett rendszer kimeneti spektruma a helyreállító szűrő előtt

Tehát (1.19) az s -sík $j\omega$ tengelyét a z -síkban az egységkörre képezi le, az s -sík bal felét pedig az egységkörön belülrre. Az s -sík jobb oldala a z -tartomány egységkörén kívülre képződik le. Így az egyik különbség, hogy a folytonos tartományban a $j\omega$ tengelyen megadott szűrő specifikációk az egységkörre kerülnek át a z -síkon, valamint a folytonos s -tartomány stabil pólusai a z -tartományban az egységkörön belül helyezkednek el.



1.7. ábra. Leképezés az s -tartományból a z -tartományba

A két tartomány között jelentős eltérés fakad abból, hogy (1.19) leképezés z -t periodikussá teszi, ugyanis (1.19) kitevőjéhez $j2\pi m$ -et adva z nem változik, ahol m bármilyen egész szám. Ezért (1.19) leképezés az s -tartománynak csupán egy vízszintes szeletét viszi át, amelyre igaz, hogy $|\omega| < \frac{\omega_c}{2}$. Az s -sík további részeinek leképezéséhez további z -síkok szükségesek, mivel ezek a tartományok ugyanazon a z -síkon átlapolnák egymást.

1.5. Közelítőleg folytonos működés

A kapcsolt kapacitású veszteséges, invertáló integrátor (1.8) differenciaegyenletéből könnyen képezhető a hálózat z -tartománybeli átvitele, ha alkalmazzuk azt a szabályt, miszerint a normalizált időtengelyen az l periódussal történő eltolás megfelel a z^{-l} -l

való szorzásnak a z -tartományban. Így (1.8)-ra alkalmazva a z -transzformációt:

$$C_F[v_{ki}(z) - z^{-1}v_{ki}(z)] + C_2v_{ki}(z) = -C_1v_{be}(z) \quad (1.22)$$

Ebből rendezés után az átvitel:

$$\frac{V_{ki}(z)}{V_{be}(z)} = -\frac{C_1}{C_F} \frac{1}{1 - z^{-1} + \frac{C_2}{C_F}} = -\frac{C_1}{C_F} \frac{\frac{1}{T}}{\frac{1}{T}(1 - z^{-1}) + \frac{1}{T}\left(\frac{C_2}{C_F}\right)}, \quad (1.23)$$

ahol az $\frac{1}{T}$ -vel való szorzás a következő közelítés miatt szerepel: ha $|sT| \ll 1$, azaz $\omega \ll \omega_c$, jó közelítéssel érvényes $e^{-sT} \simeq 1 - sT$, így

$$\frac{1}{T}(1 - z^{-1}) \simeq \frac{1}{T}(1 - 1 + sT) = s \quad (1.24)$$

Ezt felhasználva (1.12)-ben

$$\frac{V_{ki}(e^{j\omega T})}{V_{be}(e^{j\omega T})} = -\frac{C_1}{C_F} \frac{f_c}{j\omega + f_c \frac{C_2}{C_F}}, \quad (1.25)$$

ahogy ez (1.4)-ben is szerepelt.

Tehát ha megfelelően nagy mintavételi frekvenciát választunk, (1.24) alapján a mintavételezett hálózat közelítőleg folytonos működést fog szolgáltatni. Más megközelítésből ha $\omega_c \rightarrow \infty$, a mintavételezett spektrumban a többszöröződött spektrumok is végtelenhez tartanak, így visszajutunk az alapsávi spektrumhoz. A folytonossal közelített és a $z = e^{sT}$ egyenlőséggel megfeleltetett s -tartománybeli átvitelek között levezethető[3] a

$$\Delta H \sim 1 - \frac{\frac{\omega T}{2}}{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)} \quad (1.26)$$

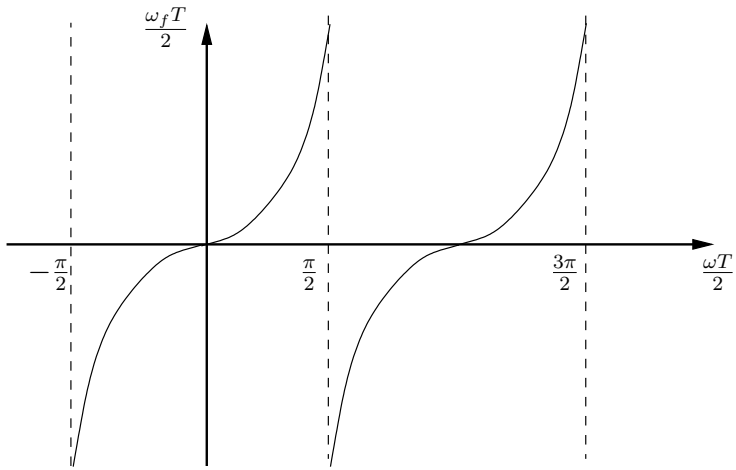
erősítési hiba és a

$$\Delta\varphi \sim \frac{\omega T}{2} \quad (1.27)$$

fázishiba, amelyek $\omega T = \frac{\omega}{\omega_c} \rightarrow 0$, azaz $\omega_c \gg \omega$ esetén szintén 0-hoz tartanak.

1.6. A specifikáció átranszformálása a mintavételezett tartományba

Mindezek után már csak azt kell tudni, hogyan adható meg a specifikáció a z -tartományban jellemzett kapcsolt kapacitású szűrőre. Ami eddig ismert, az az, hogy $z = e^{sT}$ összefüggéssel térünk át a mintavételezett frekvenciatartományból a z -tartományba, amely a $-\frac{\omega_c}{2}$ -tól $\frac{\omega_c}{2}$ -ig terjedő tartományt túllépve periodikusan ismétlődik, nem hordoz új információt. Használjuk s -t ennek a tartománynak a változójaként! A szűrési feladat



1.8. ábra. Nemlineáris leképezés ω és ω_f között

a megkülönböztetésül f index-szel ellátott $s_f(\omega_f)$ folytonos tartományban van megadva, amely $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig terjed. Tehát egy olyan leképezést kell találni a két tengely között, amely a $(-\infty; +\infty)$ intervallumot periodikusan átviszi a $[-\frac{\omega_c}{2}; +\frac{\omega_c}{2}]$ intervallumba. Ilyen leképezést nem nehéz találni, a tangens függvény megfelelő erre a célra (1.8. ábra).

A módszer hasonló a normál analóg szűrők tervezésekor alkalmazott frekvencia transzformációhoz, itt a transzformációs függvény:

$$\omega_f = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega T}{2} \quad (1.28)$$

ahol az $\frac{1}{T}$ tag bevezetése biztosítja, hogy $\omega T \ll 1$ esetén:

$$\omega_f = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega T}{2} \Big|_{\omega T \ll 1} \simeq \frac{2}{T} \frac{\omega T}{2} = \omega \quad (1.29)$$

A transzformációval a kiindulási folytonos frekvenciatengely „elferdül” (warping). Most már le-vezethető a specifikációban szereplő s_f és a mintavételezett z változó közötti átmenetet biztosító kifejezés:

$$\tan \frac{\omega T}{2} = \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\cos \frac{\omega T}{2}} = \frac{\frac{1}{2j} (e^{j\omega \frac{T}{2}} - e^{-j\omega \frac{T}{2}})}{\frac{1}{2} (e^{j\omega \frac{T}{2}} + e^{-j\omega \frac{T}{2}})} = \frac{1}{j} \frac{z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} + z^{-\frac{1}{2}}} \Big|_{s=j\omega} \quad (1.30)$$

Ezért (1.28)-at felhasználva következik, hogy

$$j\omega_f = \frac{2}{T} \frac{z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}}{z^{\frac{1}{2}} + z^{-\frac{1}{2}}} \Big|_{s=j\omega}, \quad (1.31)$$

amiből az áttérést biztosító, ún. bilineáris transzformáció:

$$s_f = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad \text{vagy} \quad z = \frac{1+s_f \frac{T}{2}}{1-s_f \frac{T}{2}} \quad (1.32)$$

Összefoglalásul: a folytonos tartományban megadott specifikáció és a z -tartomány között (1.32) létesít kapcsolatot, a kiindulási és a mintavételezett folytonos tartomány között pedig (1.28). Mivel a bilineáris transzformáció racionális, a folytonos tartományban közelítéssel kapott racionális átviteli függvény közvetlenül a z -tartományba is racionális függvényként képződik le, ezért a specifikáció (1.32) behelyettesítésével átvihető a z -tartományba. Ha a szemléletesebb s -tartományban kívánjuk felírni a specifikációt, amely szintén a mintavételezett, periodikusan ismétlődő tartomány (1.6. ábra), csak nem z -, hanem s -változóval, akkor a kiindulási specifikáció összes pólus- és zérusfrekvenciáját (1.28) segítségével kell áttranszformálni. Ezt hívják „előferdítésnek” (prewarping), mivel figyelembe vesszük, hogy a mintavételezett s -tartomány jellemző, $-\frac{\omega_c}{2}$ -től $+\frac{\omega_c}{2}$ -ig terjedő része nem olyan széles, mint a $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig terjedő folytonos s_f -tartomány. Prewarping esetén a specifikáció jellemző frekvenciaértékeit, a pólusokat és a zérusokat a tangens-transzformációval bezsugorítjuk ebbe a szűkebb tartományba. Ez a frekvenciatranszformáció sem befolyásolja a specifikáció egyéb jellemzőit, mint például az ingadozást és a meredekséget, mivel (1.28) független változók közti transzformáció.

Léteznek más, egyszerűbb leképezési szabályok is[4], azonban ezek nem az 1.7. ábra szerint teremtenek kapcsolatot az s - és a z -tartomány között. Adott gyakorlati esetben ezeknek is lehet létjogosultságuk.

2. fejezet

Tervezés

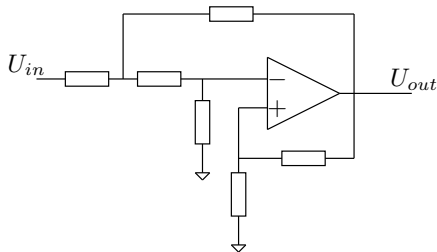
A kapcsolt kapacitású szűrő megvalósítására több topológia is létezik, jelen alkalmazáshoz én kettőt emeltem ki. Mielőtt már a konkrét kapcsolt kapacitású struktúrát tárgyalnám, feltétlenül ki kell térni az eredeti folytonos idejű kapcsolásokra, mert azok tulajdonságai öröklődnek a végső diszkrét idejű szűrőbe. A tervezés első fázisában a méretezést ezekre a kapcsolásokra célszerű elvégezni és nagyban segítik a kapcsolt kapacitású struktúra működésének a megértését.

2.1. Szűrők realizálása

A szűrők megvalósításának évszázados módszere a diszkrét passzív alkatrészekből összeállított hálózat. Számos előnye ellenére (kis zaj, tetszőleges feszültségszintek, nagy-frekvenciás működés, minimális teljesítményveszteség) a modern mikroelektronikában változatlan formában nem használható, mivel jelentős hátrányai vannak. Az induktivitás monolit megvalósítása nagy helyet igényel és a jósági tényezője rossz. Az integrált technológiában induktivitás nélkül célszerű megkonstruálni a szűrőt. Induktivitás nélkül viszont a konjugált komplex póluspárok csak ellenállásokkal és kapacitásokkal nem valósíthatók meg[5]. A megoldást az aktív szűrő nyújtja, amely műveleti erősítők, kapacitások és ellenállások megfelelő összekapcsolásával adja a karakterisztikát, ezért szokás aktív-RC szűrőnek is nevezni. A konjugált komplex párok a visszacsatolásnak köszönhetően realizálhatóvá válnak.

Egy magasabb rendű átviteli függvény esetén az alkatrészértékek és az átviteli függvény együtthatóinak megfeleltetése bonyolulttá és hosszadalmassá válik. Ezért az átviteli függvényt általában másodfokú tagokra bontják és ezeket valósítják meg úgynevezett biquad áramkörökkel, amelyeket kaszkád vagy párhuzamos kapcsolásba kötnek.

A másodfokú tag átvitelét megvalósító hálózatoknak számos fajtája létezik, alapeleme mindegyiknek vagy a műveleti erősítő, amit invertáló (Tow-Thomas biquad, Åckerberg-



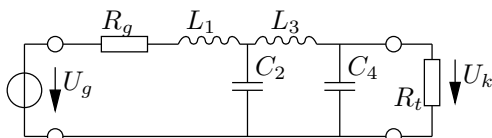
2.1. ábra. Sallen-Key alaptag

Mossberg biquad, stb.) és neminvertáló (Sallen-Key alaptag (2.1 . ábra)) kapcsolásban is használnak, vagy a transzkonduktancia erősítő (OTA: Operational Transconductance Amplifier), ami a $g_m - C$ (transzkonduktancia- C) szűrők építőeleme, amit a távközlésben középfrekvenciás szűrőnek használnak[6]. Páratlan rendszám esetén a maradék elsőfokú kifejezést egy elsőfokú alaptaggal realizálják. A másodfokú alaptagokra bontás az eredő átvitelt nem befolyásolja, viszont felmerül a kérdés, hogy a tagok sorrendje milyen hatással van a működésre. Természetszerűleg az átvitelt nem befolyásolja, a megvalósítható dinamika és az eredő zaj szempontjából viszont meghatározó a tagok sorrendje. A tagok között a Q jóság alapján teszünk különbséget. A magasabb Q -val rendelkező tagok zajosabbak, ezért a láncban hátrébb foglalnak helyet. További fontos szempont az adott alaptag esetén az alkotóelemek fizikai megvalósítása során keletkező eltérésekkel szembeni tolerancia, ami szintén a Q jósággal mutat összefüggést.

2.1.1. Létrahálózatos LC topológia

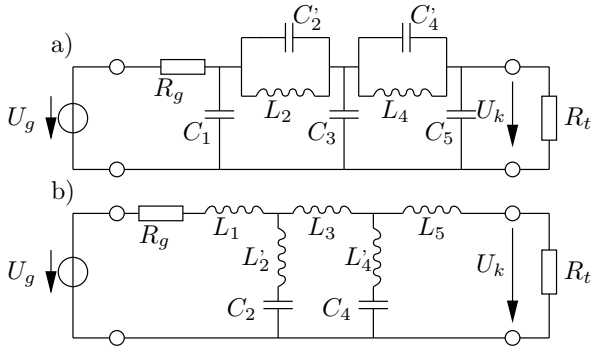
Induktivitásokat monolit technikával csak nehezen és igen korlátozottan tudunk előállítani. Ennek ellenére ebből a topológiából kiindulva jó minőségű kapcsolt kapacitású szűrőket tudunk előállítani, amint azt a későbbi fejezetekben tárgyalni fogom.

Az LC szűrők koncentrált paraméterű induktivitásokból, kapacitásokból és lezáró ellenállásokból álló passzív hálózatok. Szokásos kapcsolási elrendezésük az átmenő földvezetékű létrahálózat. Egy ilyen struktúra látható a 2.2. ábrán.



2.2. ábra. Egyszerű létrakapcsolású LC szűrő

Az ezen ábrán látható hálózat csak pólusokból álló átviteli függvényt valósít meg. A pólusok n száma megegyezik a reaktáns elemek számával. Ha a megvalósítandó referens aluláteresztő hálózat átvitelének zérusai is vannak, akkor a kapcsolás előrevezető ágát párhuzamos, vagy a föld felé vezető ágát soros rezgőkörre kell kiegészíteni. Így a rezonanciafrekvencián megszűnik a hálózat átvitele, tehát létrejön egy zéruspár. A Causer approximáció referens aluláteresztő szűrője ennek megfelelően a 2.3. ábra szerinti felépítésű.



2.3. ábra. Elliptikus referens aluláteresztő passzív LC megvalósítása

Az LC szűrő minimális számú alkatrészből épül fel, kedvező toleranciaérzékenységi, tápfeszültséget nem igényel, belső zaja kicsi, ugyanakkor az induktivitások megvalósítása viszonylag drága, helyfoglalása nagyobb, mint az RC elemeké, mágneses zavaró jelekre érzékeny, és a kivezérelhetőséget a vasmag nemlinearitása korlátozza.

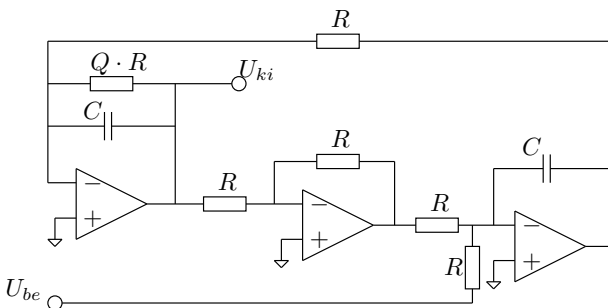
2.1.2. Tow-Thomas biquad topológia

Az aktív RC szűrők használata számos előnnyel jár. Nincs szükségünk induktivitásokra tetszőleges átvitel megvalósításához. Ezzel a passzív szűrők legkényelmetlenebb részét sikerült kiküszöbölni, mert ez foglalja el a legtöbb helyet az áramkörben, és ez az elem a legdrágább is. A legegyszerűbb aktív RC szűrőkapcsolás az úgynevezett Salen-Key kapcsolás. Ebben még csekély kompenzáció van, enyhébb kritériumoknak megfelelő szűrőket lehet vele igazán jól megvalósítani.

Szigorúbb specifikációk teljesítésére alkalmasak a biquad áramkörök. Ez a kapcsolástechnika hatalmas irodalommal rendelkezik, ezért nem lehet róla teljesen átfogó képet adni, de néhány alapelv megfogalmazható, hogy általában mit várunk el egy biquad áramkörtől.

- Redukáljuk a lehető legkisebbre a passzív elemek értékeinek tartományát, vagyis a legnagyobb és legkisebb elemértékek közötti különbségeket minimalizáljuk.

- Kevésbé legyen érzékeny az elemértékek szórására. Mind a passzív, mind az aktív elemekére.
- A szűrő legtöbb paraméterét (pólus és zérus jósági tényezőjét, pólus és zérus frekvenciáját és az átviteli függvény erősítését) egymástól függetlenül tudjuk hangolni.
- A biquad tervezésénél a kapacitások értékét szabadon választhatjuk meg, a szűrő paraméterei pedig majd meghatározzák az így adódó ellenállás értékeket. Ennek diszkrét esetben anyagi jelentősége van, mert a kapacitások drágábbak az ellenállásoknál, integrált áramköri szempontból pedig a kapcsolt kapacitású megvalósításnál lesz nagy jelentősége.



2.4. ábra. Tow-Thomas biquad kapcsolás

A tervezéshez a Tow-Thomas biquadot választjuk. Ennek zavar- és elem értékekből adódó szórásérzékenysége jó, valamint egyszerűen méretezhető. A másik előnye a topológiájából adódik, amit a kapcsolt kapacitású technikával lehet kihasználni, ezt a 2.2.2-es fejezetben részletesen is kifejtem.

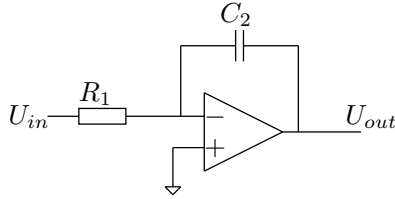
2.2. Kapcsolt kapacitású szűrők realizációja

Néhány kapcsolási struktúra esetében lehetőség van arra, hogy kihasználjuk a kapcsolt kapacitású hálózatok tulajdonságait. Az egyik ilyen tulajdonság a már korábban említett switch sharing. Ekkor ha két kapacitás egymás felé néző fegyverzetei ugyanabban a fázisban kapcsolódnak, akkor kapcsoló tranzisztorokat spórolhatunk meg. A másik jelentős tulajdonság, hogy a hálózat viselkedése szempontjából negatív ellenállásként viselkedő elemeket tudunk megvalósítani a 2.17. b) ábrán látható ellenfázisban járatott földfüggetlen kapcsolt kapacitású elemekkel[7]. Ennek segítségével és alkalmas megvalósítással műveleti erősítőket spórolhatunk meg, ami a kevesebb aktív elemnek köszönhetően alacsonyabb fogyasztást fog eredményezni.

2.2.1. Létrahálózatos LC megfeleltetés

Kapcsolt kapacitású integrátor

A létrahálózatos LC kapcsolt kapacitású hálózatként való megfeleltetéséhez először ki kell térni a hagyományos RC integrátor megfeleltetésére.



2.5. ábra. Hagományos RC integrátor

A 2.5. ábrán látható integrátor átviteli függvénye:

$$H(\omega) = -\frac{\omega_0}{j\omega} \quad (2.1)$$

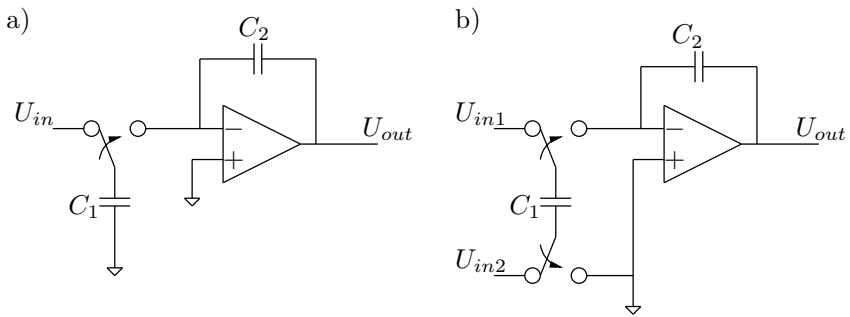
ahol $\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_2}$ az integrátor sávszélessége. Az integrátor kapcsolt kapacitású változata a 2.6. a) ábrán látható. Egyszerűen lecseréltük az R_1 ellenállást a C_1 kapacitásra, ekkor a kapcsolt kapacitáú integrátor sávszélessége:

$$\omega_0 = \frac{1}{R_{eff} C_2} = f_c \cdot \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \quad (2.2)$$

Látható, hogy a kapcsolt kapacitású integrátor sávszélességét a kapacitások arányával tudjuk beállítani, amit a monolit technikában nagy pontossággal tudunk előállítani[8]. Differenciális bemenetű integrátort is könnyen tudunk készíteni kapcsolt kapacitásokkal, ez látható a 2.6. b) ábrán. Ekkor C_1 a két bemenet különbségére töltődik az órajelperiódus első felében. Amikor C_1 felső kapcsa a műveleti erősítő bemenetére, alsó kapcsa a földre kapcsolódik, $Q_t = C_1(U_{in1} - U_{in2})$ töltést fog tartalmazni.

A jelfolyam gráf

A létrahálózatok tervezésének az egyik legkényelmesebb módja, ha a hálózatot differenciálegyenletekkel írjuk le, aminek egy képszerű leírására szolgál a jelfolyam gráf. A gráf hasonlóan az áramkör kapcsolási rajzához csomópontokat tartalmaz mind a feszültségekhez, mind az áramokhoz[9]. A csomópontokat összekötő ágak reprezentálják az áramkör minden egyes elemének az átviteli függvényét. Rendszerint az adott áramkörnek több helyes jelfolyam gráf reprezentációja van, amelyek különböző áramköri megvalósításokat igényelnek. A cél az, hogy úgy alakítsuk át a jelfolyam gráfunkat, hogy a létrejövő reprezentációt realizálni tudjuk kapcsolt kapacitású technikával. Egy egyszerű mód egy hálózat

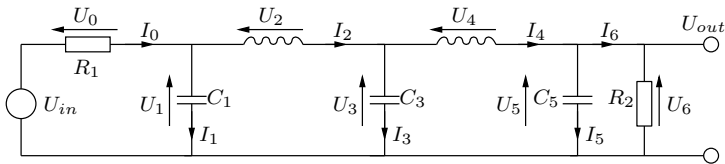


2.6. ábra. a) egyszerű b) differenciális bemenetű kapcsolt kapacitású integrátor

gráfjának meghatározására, ha minden feszültséghez és minden áramhoz létrehozunk egy csomópontot, majd összekötjük őket egymással a megfelelő impedanciákkal, vagy admitanciákkal. Ezek meghatározásához a Kirchoff csomóponti potenciálok és a hurokáramok módszerét kell használni. Számos módszer és szabály található az irodalomban[10] arra, hogy a gráfunkat le tudjuk redukálni a megfelelő formára.

Aluláteresztő csak pólusokból álló létrahálózat tervezése

A korábban ismertetett eszközök segítségével az átláthatóság kedvéért egy ötödfokú csak pólusokból álló aluláteresztő LC szűrő kapcsolt kapacitású szűrővé való alakítását mutatom be.



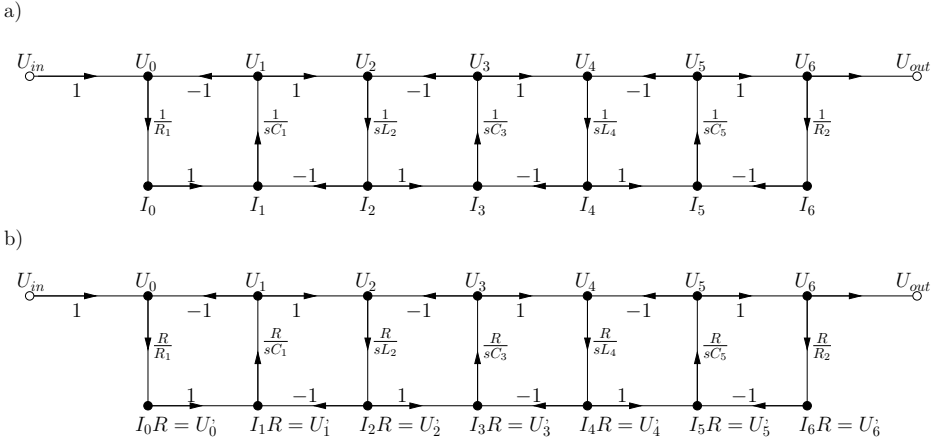
2.7. ábra. Ötödfokú, csak pólusokból álló aluláteresztő LC szűrő

A 2.7. ábrán látható az átalakítandó kapcsolás, amin minden feszültség és áram, valamint az elemek paraméteres értéke fel van tüntetve. Az összes csomóponti és hurok-egyenlet csak integrátorokat tartalmaz:

$$U_0 = U_{in} - U_1; I_0 = \frac{U_0}{R_1}; I_1 = I_0 - I_2; U_1 = \frac{1}{sC_1} I_1; U_2 = U_1 - U_3; I_2 = \frac{1}{sL_2} U_2; I_3 = I_2 - I_4$$

$$U_3 = \frac{1}{sC_3} I_3; U_4 = U_3 - U_5; I_4 = \frac{1}{sL_4} U_4; I_5 = I_4 - I_6; U_5 = \frac{1}{sC_5} I_5; U_6 = U_5; I_6 = \frac{U_6}{R_2}; U_{out} = U_6$$

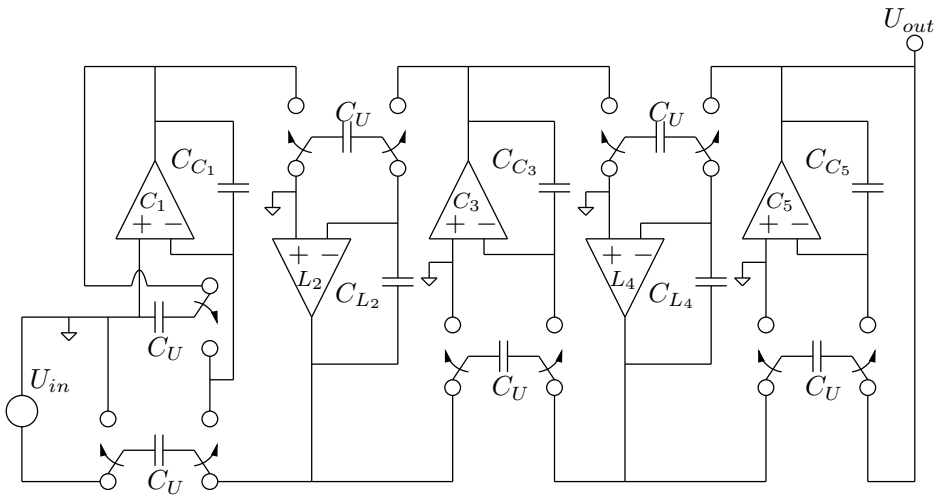
Ezeket az egyenleteket reprezentáló gráf a 2.8. a) ábrán látható. A jel útjával definiálhatjuk a csomópontokat (feszültség és áram). Minden nyílra ráírtam azt a faktort, amivel az egyik csomópont a másikra hat, ez tulajdonképpen az adott út erősítése. Ha egy csomópontnak több bemenete van, akkor azt úgy kell tekinteni, hogy összegződnek a bejövő jelek. Ebben a gráfban az áramokat reprezentáló csomópontok integrálásokat eredményeznek, amiknek mindkét oldalán feszültség és áram van. A valóságban feszültség vezérelt feszültség forrásokat (műveleti erősítőket) akarunk használni integrátornak. Elengedhetetlen, hogy az áram csomópontokat feszültség csomópontokká transzformáljuk. Ezt úgy érhetjük el, hogy az áram csomópontokat egy R ellenállás paraméterrel bővítjük, így ezután az I_i áramot a $U_i = RI_i$ feszültség fogja reprezentálni. Természetesen, hogy ne változzon a feszültség és áram csomópontok közötti viszony, az erősítési faktort is bővíteni kell egy R paraméterrel (2.8. b) ábra).



2.8. ábra. A jelfolyam diagramja az ötödfokú csak pólusokból álló létrahálózatnak

A kapacitáságak miatt kompromisszumra kényszerülünk, mert ott a nevezőbe került R miatt a szűrő dinamika tartománya változik. Általában jó kompromisszum, ha R értékét 1Ω -ra választjuk, ekkor az integrátorok időállandóit az eredeti L és C értékek határozzák meg[11]. A paraméterbővítéssel a lezárások is megváltoztak ($\frac{R}{R_1}, \frac{R}{R_2}$). R_1 és R_2 optimális megválasztása nagyon sok paramétertől függ, most az egyszerűség kedvéért ezeket is 1Ω -nak veszem.

A létrejött 2.8. b) gráf, csak egy a számtalan megoldás közül, például differenciáló tagokkal is meg lehetett volna oldani, de ez a változat felel meg a legjobban a kapcsolt kapacitású megvalósíthatóságnak. A gráfon látszik, hogy az alap építő elem a 2.6. b) ábrán látható differenciális integrátor. Ha öt ilyen integrátort a jelfolyam gráfon látható módon összekötünk, akkor eredményül a kész kapcsolt kapacitású áramkört kapjuk. Ez a 2.9. ábrán látható.



2.9. ábra. Az ötöd rendű csak pólusokból álló aluláteresztő szűrő kapcsolt kapacitású változata

Már csak az egyes elemek értékének a meghatározása maradt hátra. A passzív prototípus értékei a következők: $R_1 = R_2 = R = 1\Omega$, C_1, L_2, C_3, L_4 és C_5 . A kapcsolt kapacitású szűrőben konzekvensen használva a jelöléseket: $C_{C1}, C_{L2}, C_{C3}, C_{L4}$ és C_{C5} . C_u az integrátor fix kapacitása, amivel a korábban látható módon a kapacitásarányt be tudjuk állítani. Így a paraméter egyenletek:

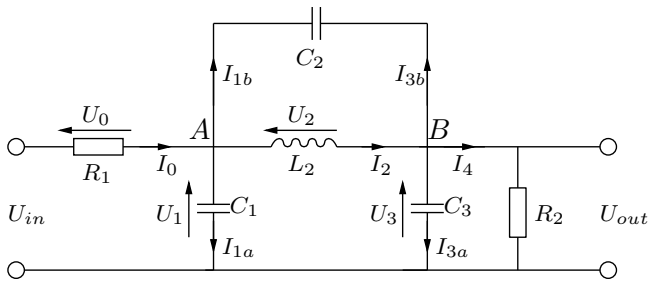
$$\frac{C_{C1}}{C_u} = \frac{f_c C_1}{\omega_{c0}}; \frac{C_{L2}}{C_u} = \frac{f_c L_2}{\omega_{c0}}; \frac{C_{C3}}{C_u} = \frac{f_c C_3}{\omega_{c0}}; \frac{C_{L4}}{C_u} = \frac{f_c L_4}{\omega_{c0}}; \frac{C_{C5}}{C_u} = \frac{f_c C_5}{\omega_{c0}}$$

ahol ω_{c0} a szűrő vágási frekvenciája, f_c a kapcsolt kapacitások kapcsoló frekvenciája.

Zérus hozzáadása

Zérus bevitele a rendszerbe sok approximáció megvalósítása miatt fontos. Zérus hozzáadása az RLC aluláteresztő prototípushoz a korábban már ismertetett módon nagyon egyszerű. A most következőkben egy harmad rendű szűrőn mutatom be, hogy lehet a kapcsolt kapacitású struktúrába zérust bevinni. A prototípus a 2.10. ábrán látható.

A C_2 -vel bevitt zéruspont a $C_2 L_2$ párhuzamos rezgő kör rezonancia frekvenciája, ami $\omega_{zero} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$. A jelfolyam gráfja ennek a hálózatnak nem olyan egyszerű, mint a csak pólusos esetben. A gráf meghatározás hagyományos megközelítése csak a folytonos idejű aktív RC hálózattal történő realizáláshoz használható, mivel feszültség-osztókat tartalmaz. Ez nem kívánatos a kapcsolt kapacitású implementációba, mert további műveleti erősítőket igényelne.



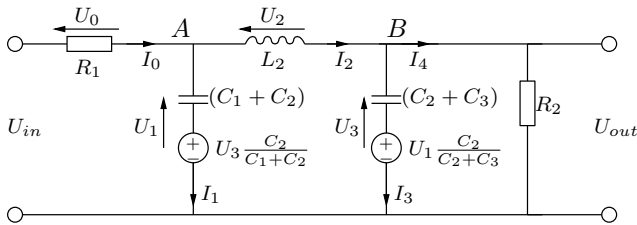
2.10. ábra. Harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrő

Olyan kapcsolt kapacitású szűrő tervezéséhez ami tartalmaz zérust nem kellene további műveleti erősítők, vizsgáljuk meg azokat a műveleteket, amiket a létra struktúrába illesztett kapacitás okoz. A 2.10. ábrán látható kapcsoláson a feszültségek és az áramok be vannak jelölve. Használjuk Kirchoff áram törvényeit az A és B csomópontokra. A következő egyenletek a C_2 áramkörbeli funkciójának megértését segítik:

$$V_1 = \frac{I_0 - I_2}{s(C_1 + C_2)} + V_3 \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \quad (2.3)$$

$$V_3 = \frac{I_2 - I_4}{s(C_2 + C_3)} + V_1 \left(\frac{C_2}{C_2 + C_3} \right) \quad (2.4)$$

Ezek szerint C_2 úgy viselkedik, mint egy olyan elem, ami az U_3 -ra és az U_1 -re szintén hat oda-vissza. Ez látható szimbolikus jelöléssel a 2.11. ábrán.

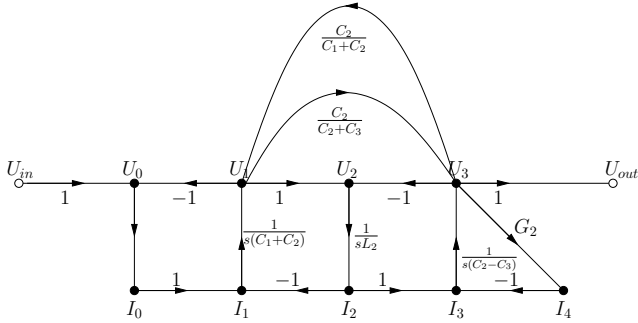


2.11. ábra. A harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrővel ekvivalens kapcsolás

Zérus pár implementálásához az integrátor időállandóját szükséges változtatni, amit a sönt kapacitás reprezentál a kapcsolásban. A dolgunk annyi, hogy létrehozunk egy oda- és egy visszacsatoló ágat, ami tökéletesen szimulálja a kapacitásunkat.

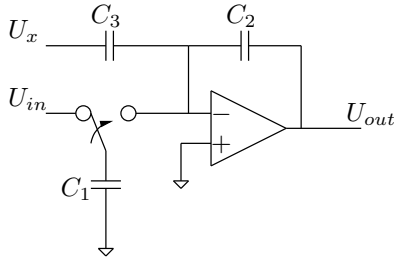
A kapcsolt kapacitású implementációban az integrátor időállandóját könnyen meg tudjuk változtatni a kapacitás-arányának megváltoztatásával. Azonban az új ágak, amik összeköti U_1 -et és U_2 -t (2.12. ábra), ismét problémát vetnek fel, ugyanis mindkettő feszültség

egy-egy műveleti erősítő kimenete, és úgy tűnik, hogy nem lehet megoldani csak járulékos műveleti erősítő hozzáadásával.



2.12. ábra. A harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrő jelfolyam gráfja

A 2.13. ábrán látható kapcsolás segítségével lehet megoldani a problémát felesleges műveleti erősítő hozzáadása nélkül. Az áramkör egyszerű mintavételezett integrálást hajt végre az U_{in} bemeneten, és emellett az U_x bemenetet folytonosan szorozza egy konstanssal, majd hozzáadja a kimeneten U_{in} -hez.



2.13. ábra. Kapcsolt kapacitású integrátor/összeadó

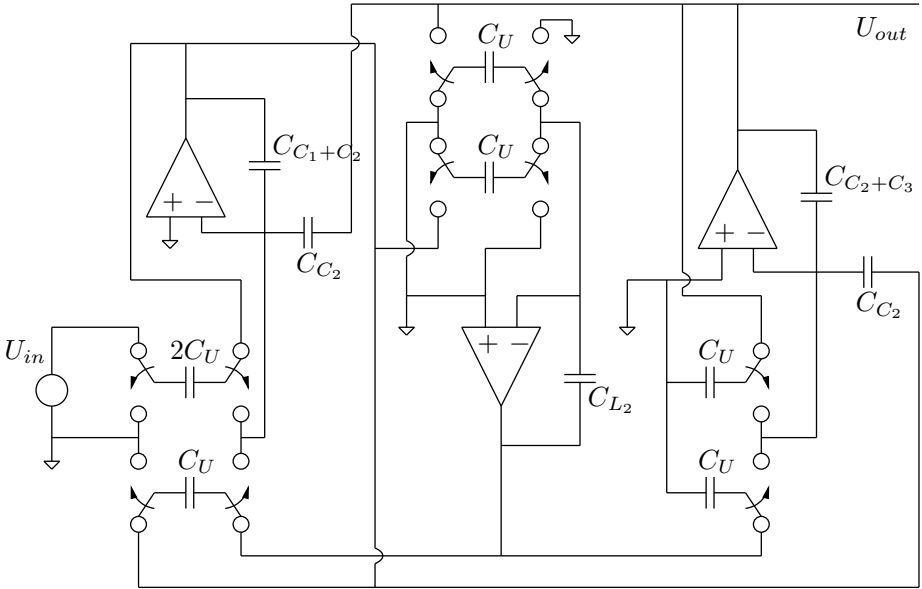
Mivel C_2 -nek és C_3 -nak is az egyik oldala a műveleti erősítő virtuális föld pontján van, ezért C_3 töltése $Q_3 = C_3 U_x$, valamint a kimenet

$$U_{out} = -\frac{Q_3}{C_2} = -\left(\frac{C_3}{C_2}\right) U_x \quad (2.5)$$

Habár az összegzés folytonos, a szűrőben U_x egy másik integrátorból származik, aminek a kimenete csak minden órajel-periódusban egyszer változik. Az integrátor/összegzőt használva a hagyományos integrátorok helyén C_1 -hez és C_3 -hoz (most $(C_1 + C_2)$ és $(C_2 + C_3)$ a 2.11. ábrán), hozzá adtuk a szükséges kiegészítéseket az U_1 és U_3 csomópontokhoz. Mivel az összegzések előjel váltásokat okoznak, ezért kis módosításokat kell a jelfolyam

gráfon eszközölni. Például, ha U_1 csomópont egy műveleti erősítő kimenete, akkor egy olyan faktort kell beiktatni, hogy az U_3 -al ellentétes előjele legyen a jelfolyam gráfban.

A most ismertetett módszerrel úgy tudunk zérust bevinni a rendszerbe, hogy a kapcsolásunkat a csak pólusokból állóhoz képest csak kicsit kell megváltoztatni. Az RLC prototípus négy energiatároló elemet tartalmazott, a végső 2.14. ábrán látható kapcsolt kapacitású kapcsolás pedig csak három műveleti erősítőt.



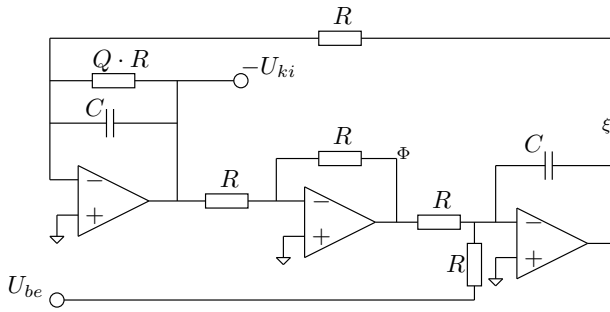
2.14. ábra. Harmad rendű elliptikus kapcsolt kapacitású aluláteresztő szűrő

2.2.2. Tow-Thomas biquad megfeleltetés

Az alap Tow-Thomas topológiával megtervezett hálózat alacsony vágási frekvenciáknál nem realizálható egy az egyben, mert ha a kapacitások értékeit le is csökkentjük a megvalósítható tartományba, az így adódó $M\Omega$ és $G\Omega$ nagyságú ellenállásokat még HRS¹[12] technikával sem lehet realizálni. Ha ezeket az ellenállásokat le is szimuláljuk kapcsolt kapacitásokkal, még akkor is probléma, hogy egy műveleti erősítővel több van, mint ahányad fokú a szűrő, ami felesleges fogyasztást eredményez[13]. Az áramkör alkalmas átalakításával ezen változtatni lehet.

A 2.15. ábrán látható kapcsolás középső fokozata egy inverzáló alapkapsolás. Ez az $\frac{R}{R}$ arány miatt egy -1 -es szorzó, vagyis olyan, mintha a mögötte lévő ellenállás negatív

¹ Speciális poliszilícium réteg, amivel nagy értékű ellenállás valósítható meg (high resistive poly)



2.15. ábra. Tow-Thomas biquad

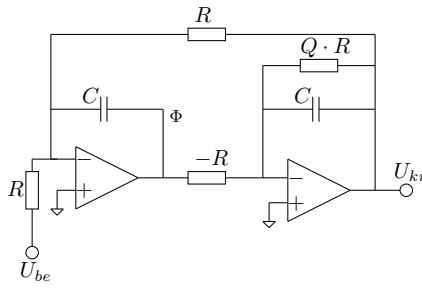
értékű lenne. Ezt figyelembe véve és a hálózatot átrajzolva a következő hálózat adódik.

Az eredeti Tow-Thomas átviteli függvénye:

$$\begin{aligned}
 \frac{U_{ki}}{R} - \frac{\phi}{R} &= 0 \\
 U_{ki} &= \phi \\
 \frac{U_{ki}}{\frac{1}{sC}} + \frac{U_{ki}}{Q \cdot R} - \frac{\xi}{R} &= 0 \\
 U_{ki} \left(sCR + \frac{1}{Q} \right) &= \xi \\
 -\frac{\phi}{R} - \frac{U_{be}}{R} - \frac{\xi}{\frac{1}{sC}} &= 0 \\
 -\frac{U_{ki}}{R} - \frac{U_{be}}{R} - U_{ki} \left(sCR + \frac{sC}{Q} \right) &= 0 \\
 -U_{be} &= U_{ki} \left(s^2 C^2 R^2 + \frac{sCR}{Q} + 1 \right) \\
 \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= -\frac{1}{s^2 C^2 R^2 + \frac{sCR}{Q} + 1}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Az átalakított kapcsolás átviteli függvénye:

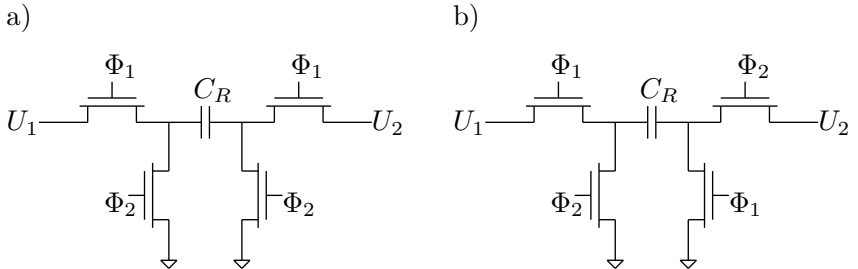
$$\begin{aligned}
 \frac{\phi}{R} - \frac{U_{ki}}{\frac{1}{sC}} - \frac{U_{ki}}{Q \cdot R} &= 0 \\
 \phi &= U_{ki} \left(sCR + \frac{1}{Q} \right)
 \end{aligned}$$



2.16. ábra. Átalakított Tow-Thomas biquad

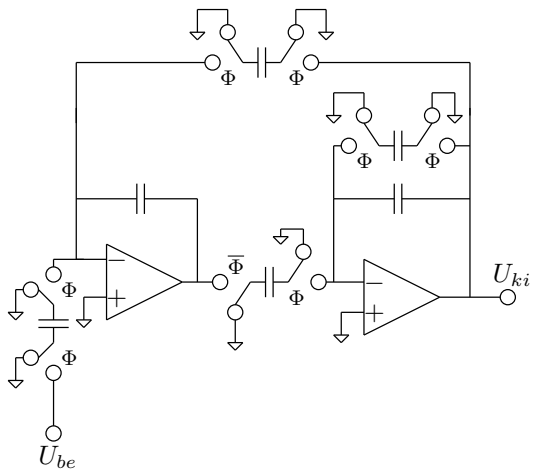
$$\begin{aligned}
 -\frac{U_{be}}{R} - \frac{\phi}{\frac{1}{sC}} - \frac{U_{ki}}{R} &= 0 \\
 -\frac{U_{be}}{R} - U_{ki} \left(s^2 C^2 R + \frac{sC}{Q} + \frac{1}{R} \right) &= 0 \\
 -U_{be} &= U_{ki} \left(s^2 C^2 R^2 + \frac{sCR}{Q} + 1 \right) \\
 \frac{U_{ki}}{U_{be}} &= -\frac{1}{s^2 C^2 R^2 + \frac{sCR}{Q} + 1} \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Látható, hogy a két átvitel megegyezik, tehát az átalakítás megfelelő. Ez azért előnyös, mert a negatív ellenállást a hálózat felé ellenütemben kapcsolt kapacitással lehet szimulálni (2.17. b) ábra).



2.17. ábra. Négytranzisztoros kapcsolt kapacitás, amely a) pozitív b) negatív ellenállást valósít meg

Ezzel a teljes kapcsolt kapacitású biquad egy műveleti erősítővel kevesebbet tartalmaz, mint az eredeti Tow-Thomas kapcsolás, így annyi műveleti erősítőre van szükség, ahányad rendű a szűrő.



2.18. ábra. Kapcsolt kapacitású biquad

3. fejezet

Szimuláció

Minden esetben, amikor egy integrált áramkört tervezünk, gyártás előtt szimulációkat kell végezni a félvezető gyár által adott HIT-KIT-ekkel. Ezek tartalmazzák a gyártó által készített eszközök paramétereit, és a gyártó vállalja is, hogy minden körülmény között az általa legyártott pl. MOS tranzisztor olyan paraméterekkel fog rendelkezni, amit a HIT-KIT-ben megadott. Ez kulcsfontosságú az analóg integrált áramkörök tervezésekor.

A kapcsolt kapacitású áramkörök egyik legnagyobb problémája, hogy csak tranziens analízis futtatható rajtuk. Ez annak köszönhető, hogy a kapcsolt kapacitások kapcsolóit pulzusgenerátorokkal kell meghajtani, ezzel lehet elérni a megfelelő viselkedést, azonban AC analízis során ezek a források dezaktivizálódnak, így az ekvivalens ellenállások helyén teljesen rossz ellenállások lesznek, és a kapott AC eredmény értékelhetetlen lesz.

3.1. Makromodellek, diszkrét idejű szimulátorok

A gyakorlatban a legelterjedtebb szimulálási mód az, ha a kapcsolt kapacitásokat makromodellekkel helyettesítjük. Egy ilyen makromodelt valamilyen harverleíró nyelvben szokás leírni, és a tervező rendszerek tartalmazznak is ilyeneket. Ezekkel a modellekkel az a probléma, hogy valamilyen harverleíró nyelvben íródott (pl. Verilogban), teljesen ideális, vagyis a szimulációban nem szerepelnek a gyártó által megadott tranzisztor paraméterek. Ezzel csak jellegre lehet egy szűrő működését meghatározni, de a pontos analízishez nem megfelelő.

Néhány neves külföldi egyetemen teszt IC gyártásával, és annak bemérésével vizsgálták a pontos működést, majd ha olyan eltérést tapasztaltak, ami már nem volt korrigálható a kapcsoló-frekvenciával, módosították a kapcsolást. Erre az iparban ritkán van lehetőség ezért egy másik módszert kell keresni.

A Columbia egyetemen fejlesztik a Switcap[14] nevű programot, amivel kimondottan kapcsolt kapacitású hálózatokat lehet szimulálni. Ezzel a szimulátorral már pontosabb eredmény kapható, mint a makromodellek használatával, de ezzel továbbra is csak jellegi

eredményeket kaphatunk, mert nem tudjuk figyelembe venni a másodlagos hatásokat (pl. nemlineáris kapcsoló ellenállás, töltés újramegosztás, slew-rate limit¹ és back-gate bias effekt²)

3.2. AC válasz meghatározása tranziens analízisből

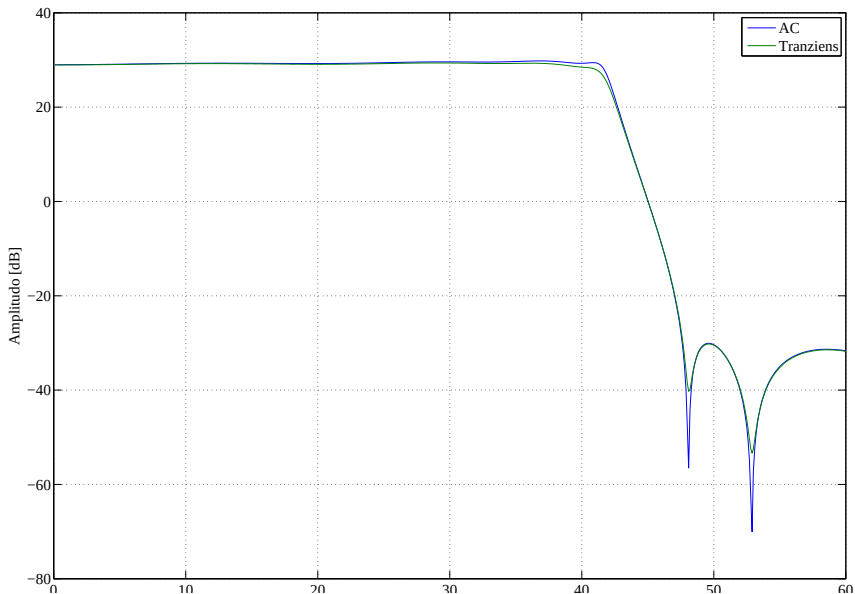
Hálózatelméletből ismert, hogy ha egy hálózatot adott frekvenciakomponensű gerjesztéssel gerjesztjük, és az így kapott választ Fourier transzformáljuk, akkor a kapott spektrumban a gerjesztés frekvenciájához tartozó amplitúdót megkapjuk[15]. Ebből az alapgondolatból indultam ki. Ha elvégezzük a tranziens szimulációkat úgy, hogy a bemeneten minden szimuláció után sweepel egyet a szinuszgenerátor frekvencia paramétere, akkor az így kapott transzformált válaszokból összeállítható az amplitúdókarakterisztika. Ez tulajdonképpen egy brute-force megoldása a problémának. Elméletileg a kapott „AC analízis” felbontása a tranziens analízisek során használt sweep nagyságának változtatásával tetszőlegesen változtatható. Ennek sajnos az az ára, hogy hatalmas számítási mennyiséget kell elvégezni, és ez nagyon sokáig tart. Amennyire lehet párhuzamosíthatjuk a szimulációt. A számításigény nagyságát mutatja, hogy $0.1Hz$ -től $60Hz$ -i $0.1Hz$ -es lépésekkel a laborban található pentium 4-es számítógépek közül 12 darab másfél órán keresztül számolt párhuzamosan. Jelen példában a kapcsolt kapacitások helyén normál ellenállások voltak, hogy az AC analízissel összevethető legyen az eredmény. Ez a 3.1. ábrán látható.

Látható, hogy az eredmény gyakorlatilag megegyezik az AC analízissel kapott válasszal, de az is látható volt, hogy ha ellenállások helyett a kapcsolt kapacitású elemeket rakom a hálózatba, akkor már nem lesz elég a labor összes tár és számítási kapacitása sem együtt, mert a kapcsoló-frekvencia $5kHz$, ami lényegesen nagyobb, mint a szimulált bemeneti frekvencia. A pontos végeredményhez az kell, hogy a hálózat a kezdeti tranziens állapotból állandósult állapotba kerüljön, ezért eleve a tranziens szimulációt több, mint egy periódusig kell futtatni, valamint a szimulátorba megvalósított DFT³ függvény rekurzív módon van megvalósítva, így a pontossága nagyban függ a periódusok számától. Ennek ellenére megpróbáltam elindítani egyetlen frekvenciára a szimulációt, hogy nagyságrendileg lássam, hogy mennyire leküzdhetetlen az adott számítás. A nyolcad fokú elliptikus biquad szűrőkapcsolásban, amivel az eredeti ellenállásos tranziens szimulációt is végeztem, egyetlen ellenállást cseréltem le, és a labor 4 processzoros serverén indítottam el. Amikor csak ellenállás volt a hálózatban, akkor egy frekvencia-komponens szimulálása átlagosan 30 másodpercig tartott, és $300MB$ adatot eredményezett, amikor már egy kapcsolt kapacitás is a hálózatban volt, 15 perc után sem jutott el a 10%-áig a szimulációnak, és $3GB$ adatot hozott létre addig. Ezzel be kell látni, hogy ez a módszer kapcsolt kapacitások esetében csak elméletileg járható.

¹ A műveleti erősítő kimenetének maximális jelváltozási sebessége

² Body effekt, ennek köszönhetően a küszöb feszültség nem állandó

³ discrete Fourier transform



3.1. ábra. AC és tranziens analízisból meghatározott átvitel

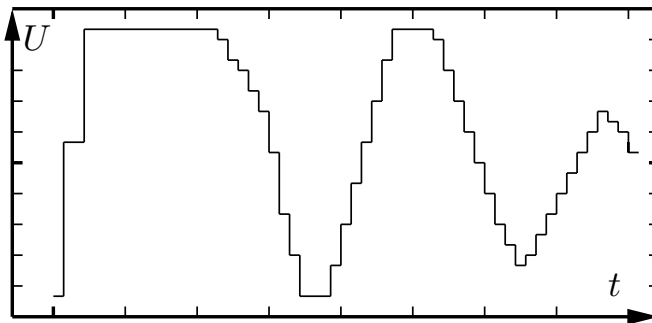
3.3. Periodikus kisjelű analízis

A problémát végül a periodikus kisjelű analízissel lehet megoldani. Az alap gondolata ennek az analízisnek az, hogy egy igen kis szakaszon meghatározzuk a munkapontot, és ott végzzük el a kisjelű analízist, majd ennek eredményével tovább lépve periodikus iterációval állítjuk elő az átviteli függvényt. Az egész analízis ideje alatt az órajel aktív, és mivel tranzisztor szinten szimulál a rendszer, ezért a másodlagos hatások is számításba kerülnek. A végeredményt több számítás is megelőzi.

3.3.1. PSS analízis

Ez az analízis az áramkör steady-state válaszát határozza meg, amikor csak a pulzus generátorok vannak engedélyezve. Ezen analízis eredménye a szűrő kimeneti offset feszültsége, amit a műveleti erősítők offset feszültségeiből és a kapcsolók integrátorokba injektált töltéseiből határoz meg a szimulátor. Ez az analízis előfeltétele a periodikus kisjelű analízisnek, mert ez állítja be periodikus munkapontot. A PSS⁴ analízis hasonlóan egy hagyományos tranziens analízishez, egy inicializáló feltétellel indul. Ha nem adunk

⁴ periodic steady-state



3.2. ábra. DC inicializáló feltétel esetén a kimenet

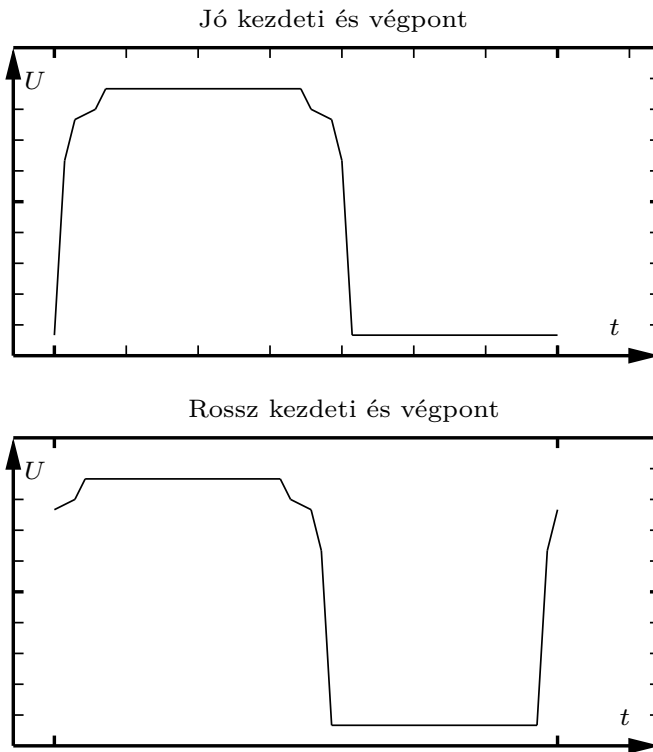
meg inicializáló feltételt, akkor a Spectre a DC analízist használja az inicializáló feltételek meghatározására. A DC analízis alatt, a generátorok nem működnek, így az integrátorok nem lesznek visszacsatolva, ezért a kimenetei kiülnek a tápra. Ha az inicializáló feltételeket a DC analízissel határozzuk meg, akkor az a szűrő 36. ábrán látható torzult kimenetét eredményezi, néhányszor kiül a táp és a föld között, amíg állandósult állapotba kerül. Ez nehézségeket okoz a PSS analízis során. A megoldás az, hogy a PSS analízis számítási pontosság belső problémáit úgy kerüljük meg, hogy eltoljuk a PSS analízis számítási idejének kezdetét. Ez azt eredményezi, hogy a PSS analízis csak akkor kezdi el a steady-state eredmény meghatározását, ha a tranziens analízis már eljutott egy előre definiált pontig. Ha egyszer meghatároztunk a steady-state választ, akkor jelentősen meg tudjuk gyorsítani a következő PSS analízis számításának idejét, ha elmentjük az előző analízis eredményét, és azt használjuk fel a következő analízis inicializáló feltételének.

A PSS analízis hatékonyságának tökéletesítése érdekében, óvatosan kell megválasztani a szimulációs intervallumot az órajel fázisokhoz képest. A legjobb választás a szimulációs intervallum kezdeti és végpontjára az, ahol a jelek nem változnak hirtelen. Például a 3.3. ábrán a felső fázis esetén kevesebb iterálás és kevesebb idő kell a konvergencia eredményéhez, mint az alsó ábrán látható esetben.

3.3.2. PAC analízis

A PSS analízist követi a PAC⁵ analízis. Ez az analízis egy kis jelet ad a bemenetre, és ebből két kimeneti választ határoz meg. Az első kimenet a szűrő normál kimenete. A jel ennél a kimenetnél folytonos és különböző tökéletlenségeket mint pl. glitcheket tartalmazhat. A kimenetben a szűrő mindkét fázisának kimenete benne van. Ez a kimenet akkor érdekes, ha a szűrőt egy folytonos idejű szűrő követi. A második kimenet az első kimenet, miután az áthaladt egy mintavevő-tartón. Ez azt az esetet modellezi le, amikor a szűrőt egy diszkrét idejű áramkör követi, mint például egy AD konverter. Ebben az

⁵ periodic AC

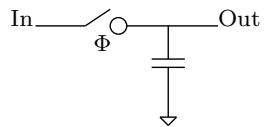


3.3. ábra. Lehetséges PSS analízis kezdő és végpontok

esetben a normál kimenet legtöbb tökéletlenségét az ADC mintavevő jellegéből adódóan kiküszöböltük. Akkor fontos számításba venni az ADC mintavevő természetét, amikor arra van szükségünk, hogy megmérjük valamilyen órajeles analóg áramkör átviteli függvényét, mint a jelenlegi kapcsolt kapacitású szűrő esetében.

Egy egyszerű mintavevő tartót kell készíteni és hozzáadni az áramkörhöz, hogy elő lehessen állítani a mintavett kimenetet[16]. Egy egyszerű mintavevő taró kapcsolása látható a 3.4. ábrán. Ezt Verilog-A-ban valósíthatjuk meg.

Ezzel a módszerrel egy nyolcadad fokú kapcsolt kapacitású szűrő átvitelét egy pentium 4-es számítógép körülbelül 5 perc alatt határozza meg.



3.4. ábra. Egyszerű mintavevő tartó

Irodalomjegyzék

- [1] Dr. Kovács F. Ferenc. *Az informatika VLSI áramkörei*. Pázmány Egyetem Elektronikus Kiadó, 2004.
- [2] Yannis Tsividis. Principles of operation and analysis of switched-capacitor circuits. *Proceedings of IEEE*, (71):926–940, augusztus 1983.
- [3] Kenneth R. Laker Rolf Schaumann, Mohammed S. Ghausi. *Design of analog Filters*. Prentice Hall, 1990.
- [4] Edgar Sánchez-Sinencio Phillip E. Allen. *Switched Capacitor Circuits*. Van Nostrand Reinhold Company, 1984.
- [5] Zoltai József Hainzmann János, Varga Sándor. *Elektronikus áramkörök*. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000.
- [6] Wai-Kai Chen. *The Circuits And Filters Handbook Second Edition*. CRC Press, 2003.
- [7] Ken Martin. Improved circuits for the realiation of switched-capacitor filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, pages 237–244, április 1980.
- [8] David J. Allstot Gordon M. Jacobs. Design techniques for mos switched capacitor ladder filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, (CAS-25):1014–1021, december 1978.
- [9] M.N.S. Swamy P.V. Ananda Mohan, V. Ramachandran. *Switched Capacitor Filters*. Prentice Hall, 1995.
- [10] W. Harvey Holmes W. E. Heinlein. *Active Filters for Integrated Circuits*. Prentice Hall, 1974.
- [11] G. M. Jacobs. Practical design considerations for mos switched capacitor ladder filter. *Memorandum*, (UCB/ERL-M77/69), 1977. University of California, Berkley.
- [12] Ams cmos technology overview (mpw) europactice. http://www.europactice-ic.com/technologies_AMS.php?tech_id=cmos.

- [13] G. Fischer and G. S. Moschytz. High-q sc biquad with a minimum capacitor spread. *Electronics Letters*, (18):1087–1089, december 1982.
- [14] Switcap. <http://www.cisl.columbia.edu/projects/switcap>.
- [15] Fodor György. *Hálózatok és rendszerek*. Műegyetemi kiadó, 2006.
- [16] Rolf Unbehauen. *MOS Switched-Capacitor and Continuous-Time Integrated Circuits and Systems*. Springer-Verlag, 1989.

Ábrák jegyzéke

1.1. A rezgőkondenzátorral megvalósított ekvivalens ellenállás	3
1.2. Veszteséges invertáló integrátor	4
1.3. Az integrátor ekvivalens a) Φ_1 b) Φ_2 magas értékére	5
1.4. a) Alapsávi spektrum b) Helytelen mintavételezés c) Helyes mintavételezés	7
1.5. Egy általános kapcsolt kapacitású rendszer elméleti blokkdiagramja	8
1.6. A mintavett rendszer kimeneti spektruma a helyreállító szűrő előtt	9
1.7. Leképezés az s -tartományból a z -tartományba	9
1.8. Nemlineáris leképezés ω és ω_f között	11
2.1. Sallen-Key alaptag	14
2.2. Egyszerű létrakapcsolású LC szűrő	14
2.3. Elliptikus referens aluláteresztő passzív LC megvalósítása	15
2.4. Tow-Thomas biquad kapcsolat	16
2.5. Hagományos RC integrátor	17
2.6. a) egyszerű b) differenciális bemenetű kapcsolt kapacitású integrátor	18
2.7. Ötödfokú, csak pólusokból álló aluláteresztő LC szűrő	18
2.8. A jelfolyam diagramja az ötödfokú csak pólusokból álló létrahálózatnak	19
2.9. Az ötöd rendű csak pólusokból álló aluláteresztő szűrő kapcsolt kapacitású változata	20
2.10. Harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrő	21
2.11. A harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrővel ekvivalens kapcsolat	21
2.12. A harmad rendű elliptikus aluláteresztő szűrő jelfolyam gráfja	22
2.13. Kapcsolt kapacitású integrátor/összeadó	22
2.14. Harmad rendű elliptikus kapcsolt kapacitású aluláteresztő szűrő	23
2.15. Tow-Thomas biquad	24
2.16. Átalakított Tow-Thomas biquad	25
2.17. Négytranzisztoros kapcsolt kapacitás, amely a) pozitív b) negatív ellenállást valósít meg	25
2.18. Kapcsolt kapacitású biquad	26
3.1. AC és tranziens analízisból meghatározott átvitel	29
3.2. DC inicializáló feltétel esetén a kimenet	30

3.3. Lehetséges PSS analízis kezdő és végpontok	31
3.4. Egyszerű mintavevő tartó	32