

Szelektív erősítők

Szalai Albin

2013. március 20.

Mi is egy szelektív erősítő?

Olyan lineáris kauzális invariáns hálózat aminek a bemenetére adott időben változó jel különböző komponensei különböző csillapítást szenvednek.

Célunk olyan módszer találása amivel ilyen hálózatokat tudunk tudatosan tervezni és realizálni.

Eszközkészlet

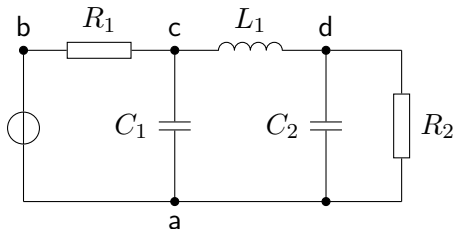
A téma tárgyalásához elengedhetetlen a hálózatelmélet megfelelő ismerete.
(*Hálózatok és rendszerek, Jelek és rendszerek, Villamosságtan tantárgy*)

Kis ismételés.

Alaptörvények

- Ohm törvény (1827)

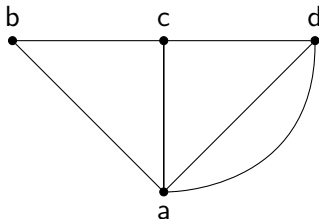
$$U = \mathbf{R}I$$



- Kirchhoff-törvények (1847)

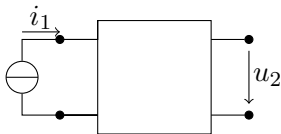
$$\sum U = 0$$

$$\sum I = 0$$



Időtartomány

A villamos hálózatok leírásának természetes módja. Ha a Kirchhoff-egyenleteket tetszőleges időbeli lefutású feszültségek és áramok esetén felírjuk, akkor integrodifferenciálegyenlet-rendszert kapunk.



Általános esetben u_2 és i_1 változását egy n -ed rendű lineáris differenciálegyenlet írja le:

$$B_n \frac{d^n u_2}{dt^n} + \dots + B_1 \frac{du_2}{dt} + B_0 u_2 = A_m \frac{d^m i_1}{dt^m} + \dots + A_1 \frac{di_1}{dt} + A_0 i_1$$

A lineáris hálózatok leírása

Ez az egyenlet lineáris, inhomogén.

A homogén egyenlet megoldásai:

$$y = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i'' t}$$

ahol p_i'' -k a

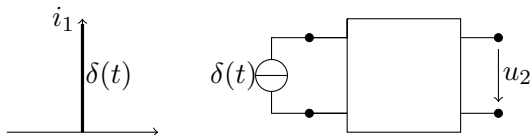
$$B_n p^n + \dots + B_1 p + B_0 = 0$$

karakterisztikus egyenlet gyökei. p_i'' -k a hálózat szabad rezgéseinek sajátfrekvenciái.

A c_i konstansok alkalmas megválasztásával a megoldást a kezdeti feltételekhez simítjuk.

Ez általános gerjesztésre vonatkozik.

A lineáris hálózatok leírása



Ideális áramgenerátor belső ellenállása végtelen, $t > 0$ időpontokban a primer oldalon is szakadás van. A *Dirac*-delta hatására u_2 a hálózatra jellemző függvény amit **súlyfüggvénynek** vagy **impulzusválasznak** nevezünk és $w_2(t)$ -vel jelölünk.

A lineáris hálózatok leírása

Abban az esetben, ha u_2 -t tekintjük gerjesztésnek és i_1 -et válasznak, akkor a korábbihoz hasonló differenciálegyenletet kapunk.

$$A_m \frac{d^m i_1}{dt^m} + \dots + A_1 \frac{di_1}{dt} + A_0 i_1 = B_n \frac{d^n u_2}{dt^n} + \dots + B_1 \frac{du_2}{dt} + B_0 u_2$$

A homogén egyenlet megoldása:

$$y = \sum_{i=1}^m c_i e^{p'_i t}$$

ahol p'_i -k a

$$A_m p' + \dots + A_1 p + A_0 = 0$$

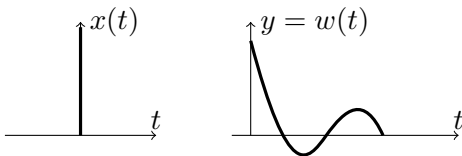
karakterisztikus egyenlet gyökei. p'_i -k a hálózat szabad rezgéseinek saját-frekvenciái. Ekkor i_1 -et $w_1(t)$ -vel jelöljük.

A lineáris hálózatok leírása

A $w(t)$ a hálózat felelete a Dirac- δ impulzusra. Jelentősége, hogy rendszerjellemző függvény. Ismeretében tetszőleges gerjesztésre kiszámítható a választ. A konvolúcióintegrál szerint

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau)x(t - \tau)d\tau$$

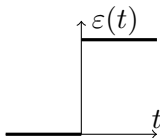
A lineáris passzív hálózatok kauzálisak, vagyis $w(t) = 0$, ha $t < 0$.



A lineáris hálózatok leírása

Időtartományban a $w(t)$ súlyfüggvényen kívül gyakran használjuk az $1(t)$ vagy $\varepsilon(t)$ egységugrásra adott választ is a hálózat jellemzésére. Ezt **átmeneti függvénynek** vagy **ugrásválasznak** nevezzük. Általában $v(t)$ -vel jelöljük de a szakirodalom nem egységes.

$$v(t) = \int_0^{\infty} w(t)dt \quad \text{illetve} \quad w(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$



Frekvenciatartomány

A gyakorlatban előforduló gerjesztések összetehetők szinuszos időbeli lefolyású függvényekből a **Fourier**-integrál segítségével. Ez azért is előnyös, mert így a differenciálegyenlet megoldása elkerülhető.

Legyen a gerjesztésünk $i = I_M \cos(\omega t + \varphi_i)$ alakú és használjuk a komplex számok exponens jelölését az Euler tétel alapján.

$$i = \Re \left\{ I_M e^{j(\omega t + \varphi_i)} \right\}$$

A differenciálegyenlet megoldása ilyen alakú gerjesztés esetén $U_M e^{j(\omega t + \varphi_u)}$ alakú. Ezeket kell behelyettesíteni az egyenletbe:

$$\begin{aligned} & [B_n(j\omega)^n + \dots + B_1(j\omega) + B_0]] \cdot U_M e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \\ & = [A_m(j\omega)^m + \dots + A_1(j\omega) + A_0] \cdot I_M e^{j(\omega t + \varphi_i)} \end{aligned}$$

Egyszerűsítünk $e^{j\omega t}$ -vel és vezessük be az

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u}$$

komplex feszültség amplitúdót. Így az áram és feszültség komplex amplitúdói között a következő összefüggést kapjuk:

$$\frac{U}{I} = \frac{A_0 + A_1(j\omega) + \dots + A_m(j\omega)^m}{B_0 + B_1(j\omega) + \dots + B_n(j\omega)^n}$$

Impedanciának nevezzük a

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{\sum_{i=0}^m A_i(j\omega)^i}{\sum_{i=0}^n B_i(j\omega)^i} = \frac{|U|}{|I|} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$

kifejezést. Az áram és feszültség kálcsolatából az $e^{j\omega t}$ időbeli változás kiesett! A viszonyokat a $Z(j\omega)$ impedancia írja le!

A $Z(j\omega)$ gyakorlati megadásának módjai:

- $|Z(j\omega)|$ és $\varphi(\omega)$ megadása
- $\Re\{Z(j\omega)\} = R(\omega)$ és $\Im\{Z(j\omega)\} = X(\omega)$ megadása
- helygörbével grafikusan

Nagy előny, hogy ezeknek a mennyiségek jól mérhetőek, erre a célra kidolgozott műszerek és mérési módszerek vannak.

Ez a gondolatmenet általánosítható tetszőleges szinuszos időbeli változás esetén a válasz és a gerjesztés komplex amplitúdóinak hányadosáról is beszélhetünk, amelyet $W(j\omega)$ **átviteli karakterisztikának** nevezünk.

A lineáris hálózatok leírása

A gyakorlatban előforduló gerjesztések **Fourier**-integrállal előállíthatók:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

ahol $X(j\omega)$ az $x(t)$ függvény **Fourier**-spektruma. Az $x(t)$ jel **Fourier**-transzformáltját a következő integráltranszformáció adja.

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Az első egyenletet inverz **Fourier**-transzformációnak nevezzük és $\mathcal{F}^{-1}\{X(j\omega)\}$ alakban jelöljük.

Hasonló módon értelmezhető az $y(t)$ válasz $Y(j\omega)$ spektruma is. A gerjesztés és válasz spektrumát az átviteli karakterisztika kapcsolja össze.

$$Y(j\omega) = W(j\omega)X(j\omega)$$

mivel

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

az átviteli karakterisztika minden frekvenciakomponensre megadja a komplex amplitúdók abszolút értékének hányadosát és a fázisok különbségét. Ez is egy rendszerjellemző függvény.

$$W(j\omega) = 2\pi \mathcal{F}\{w(t)\} \quad \text{valamint} \quad w(t) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}^{-1}\{W(j\omega)\}$$

A frekvenciatartományban való számolás nagy könnyítés az időtartományhoz képest, nem kell konvolúció integrált számolnunk, valamint a differenciálegyenlet megoldása Fourier felbontássá egyszerűsödött.

Bonyolultabb feladatoknál azonban még a komplex impedanciákkal való számolás is nehézkes lehet. Az időtartományra való visszatérés szintén elbonyolódhat a Fourier-integrállal.

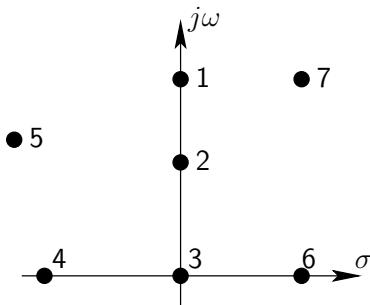
Ezen segíthet ha áttérünk a **komplex frekvenciatartományba**.

Komplex frekvenciatartomány

Az $s = \sigma + j\omega$ bevezetésének bemutatásához vizsgáljunk e^{st} alakú időfüggvényeket.

A komplex frekvenciatartomány az ábrán látható komplex frekvenciasíkban ábrázolható. Az abszcisszára σ -t, az ordinátára $j\omega$ -t mérjük fel.

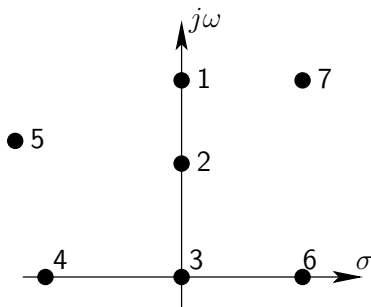
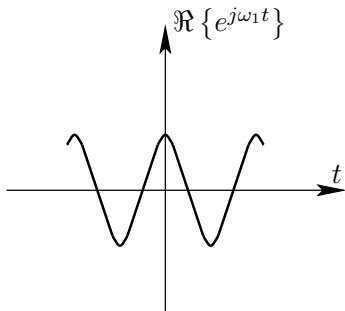
Ha $\sigma = 0$, akkor $s = j\omega$, és az ω frekvenciatartományba jutunk.



A lineáris hálózatok leírása

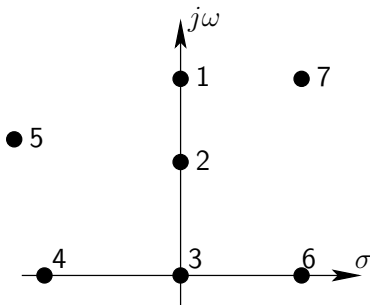
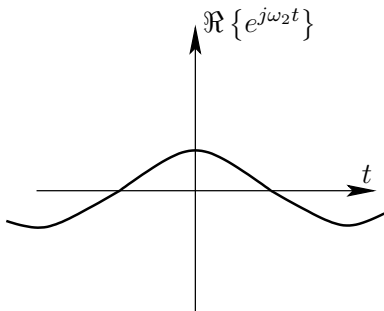
Az 1. pontban $s = j\omega_1$, 2. pontban $s = j\omega_2$. Ennek megfelelően az időfüggvény:

$$i = \Re \{ e^{j\omega_1 t} \} = \cos(\omega_1 t) \quad \text{illetve} \quad i = \Re \{ e^{j\omega_2 t} \} = \cos(\omega_2 t)$$



A lineáris hálózatok leírása

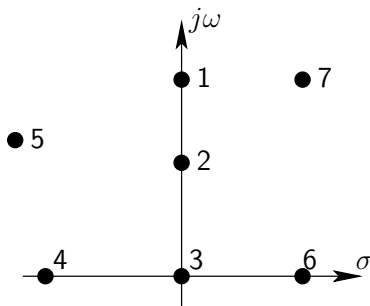
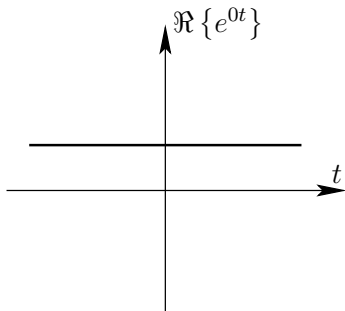
A 2. pont



A lineáris hálózatok leírása

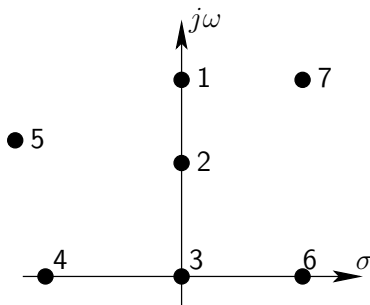
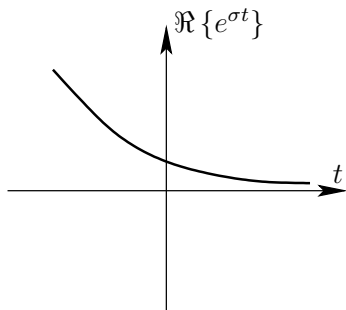
A 3. pontban $s = 0$, vagyis az időfüggvény

$$i = e^{0t} = 1$$



A lineáris hálózatok leírása

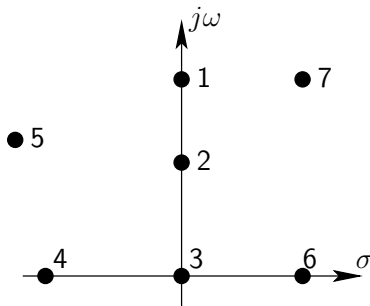
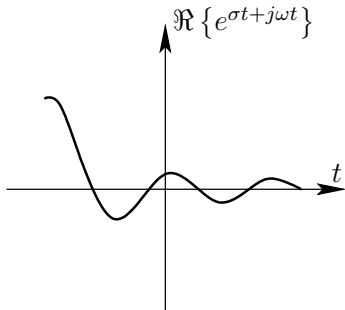
A 4. pontban az $i = e^{\sigma t}$, $\sigma < 0$ felel meg.



A lineáris hálózatok leírása

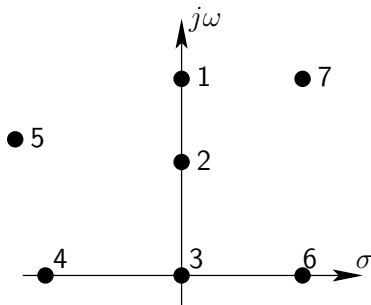
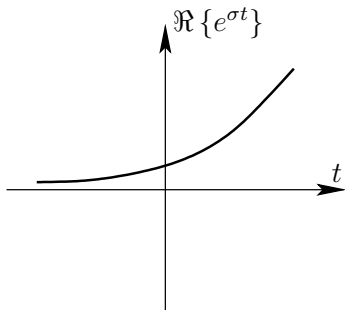
Az általános esetnek az 5. pont felel meg. Ekkor $s = \sigma + j\omega$. Az időfüggvény:

$$i = \Re \left\{ e^{\sigma t + j\omega t} \right\} = e^{\sigma t} \Re \left\{ e^{j\omega t} \right\} = e^{\sigma t} \cos(\omega t), \quad \sigma < 0$$



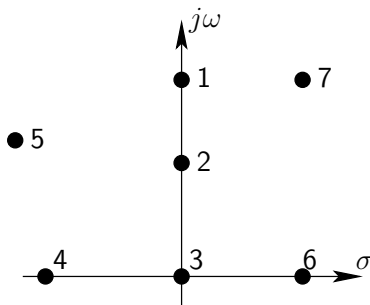
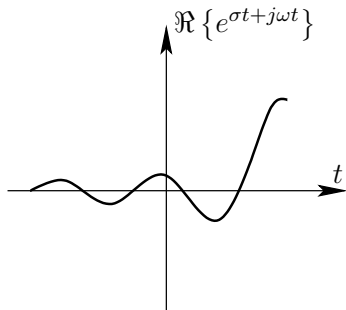
A lineáris hálózatok leírása

A 6. ponthoz tartozó időfüggvény:



A lineáris hálózatok leírása

A 7. ponthoz tartozó időfüggvény:



A lineáris hálózatok leírása

Egy kicsit precízebb bemutatás. Korábban láttuk, hogy a lineáris, koncentrált paraméterű, invariáns hálózat gerjesztését és válaszát a következő differenciálegyenlet kapcsolja össze:

$$B_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + B_1 \frac{dy}{dt} + B_0 y = A_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + A_1 \frac{dx}{dt} + A_0 x$$

Legyen a $t = -0$ időpontban a rendszer energiamentes, a kiindulási értékek zérusok. A differenciálegyenlet **Laplace**-transzformáltját véve:

$$(B_n s^n + \dots + B_1 s + B_0)Y(s) = (A_m s^m + \dots + A_1 s + A_0)X(s)$$

Ebből:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{A_0 + A_1s + \dots + A_ms^m}{B_0 + B_1s + \dots + B_ns^n}$$

A $W(s)$ **átviteli függvény** a kimenet **Laplace**-transzformáltjának és a bemenet **Laplace**-transzformáltjának hányadosa. Ez szintén rendszerjellemző függvény, ismeretében tetszőleges bemenet esetén meghatározható a kimenet:

$$Y(s) = W(s)X(s)$$

Ez a transzfer függvény az s komplex frekvenciának valós együtthatós tört függvénye.

A lineáris hálózatok leírása

A $W(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$ összefüggésben szereplő $A(s)$ és $B(s)$ polinomok gyöktényezőkre bonthatók:

$$A(s) = A_m(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)$$

$$B(s) = B_n(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)$$

Így az átviteli függvény a következő formába írható:

$$W(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{A_m}{B_n} \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)}$$

A lineáris hálózatok leírása

A $W(s)$ transzfer függvénynek az $s = z_i$ helyen zérushelye van, mert

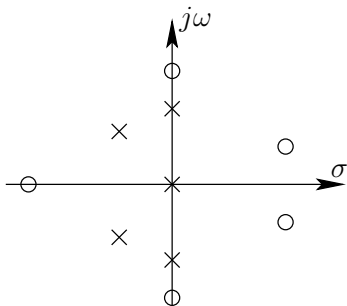
$$\lim_{s \rightarrow z_i} W(s) = 0$$

A $W(s)$ transzfer függvénynek az $s = p_i$ helyen pólusa van, mert

$$\lim_{s \rightarrow p_i} W(s) = \infty$$

Mivel az $A(s)$ és $B(s)$ polinom együtthatói valósak, ezért a gyökök

valósak vagy konjugált komplex párok. $s = j\omega$ helyettesítéssel az ω frekvenciatartományba jutunk.



Mik ennek a formalizmusnak az előnyei/hátrányai?

- Megszabadultunk a differenciálegyenletektől, algebrai egyenletekkel kell dolgozni.
- Az átviteli függvény ismeretében megszerkeszhető a **Bode**-függvény törtvonalasan! (pólus→letörés, zérus→kiemelés)
- Adott átviteli függvényt megvalósító áramkör egyszerűen előállítható!
- Nincs valós fizikai jelentése az egyes tagoknak.
- Nem túl szemléletes a p-z elrendezés.
- Nem mérhetőek az átviteli függvény tényezői.

A lineáris hálózatok leírása

Megnevezés	Időtartomány	Frekvencia- tartomány	Komplex frekvencia- tartomány
Jellemző függvény	$w(t)$	$W(j\omega)$	$W(s)$
Matematikai apparátus	diffegyenlet, konvolúció	Fourier- felbontás	algebrai egyenletek, Laplace-tr.
Bonyolultság	nagyon bonyolult	bonyolult	egyszerű
Leírás módja	egy függvény szemléletes	két függvény szemléletes	p-z elrendezés nem szemléletes

Általánosan kijelenthető, hogy minden nem ideális (valóságos) erősítő szelektív erősítő. A bemeneti $x(t)$ jel spektrumának ($X(j\omega)$) bizonyos részét átengedik, más részét pedig nem. Az hálózat átviteli karakterisztikájának abszolút része $\omega \rightarrow \infty$ esetén nem konstans és zérushoz tart.

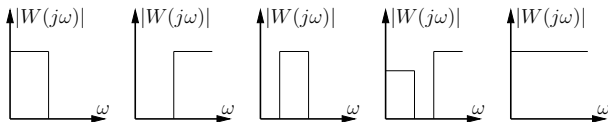
Az ilyen célból tervezett hálózatokat **szűrők**nek nevezzük

Szűrők feladata

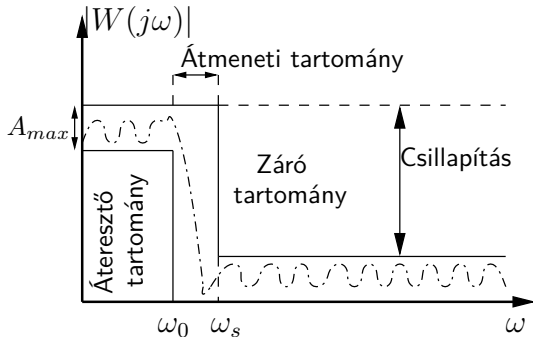
- méréseket terhelő zavarjelek eltávolítása
- opcionálisan az értékes jelszint erősítése
- jelek simítása
- stb.

Szűrők specifikálása

- átviteli függvény megadásával (ritka, másik formából szoktuk meghatározni a tervezéshez),
- időtartománybeli viselkedés megadásával (elvétve, manageres: "olyat szeretnék...", jelkondicionálás kivétel)
- frekvencia tartománybeli átvitel megadásával (szinte minden esetben)



Tolerancia séma



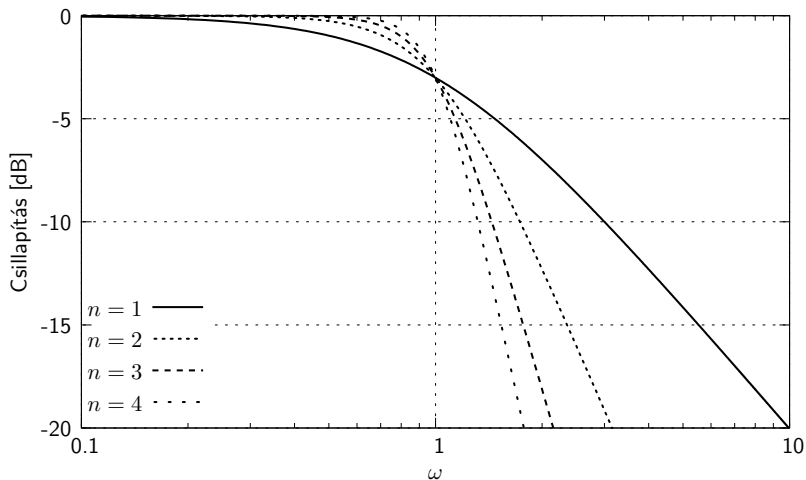
Egy tolerancia sémát végtelen sok karakterisztika kielégít!

Butterworth

$$W(s) = \frac{1}{1 + B_1s + B_2s^2 + \dots + B_ns^n}$$

- maximális laposságú aluláteresztő függvénycsalád
- az $\omega = 0$ helyen a lehető legjobban simul a vízszintes tengelyhez (a B_i együtthatók megválasztásával)
- függvény jellemző az n fokszám és az ω_c törésponti frekvencia

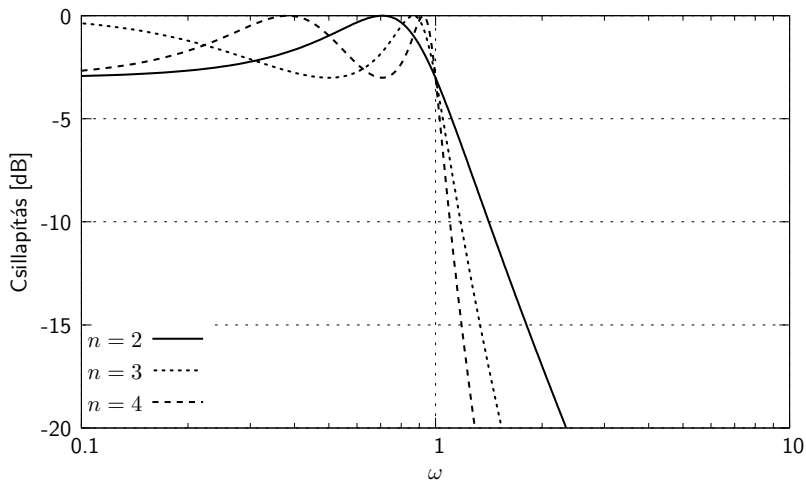
$$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

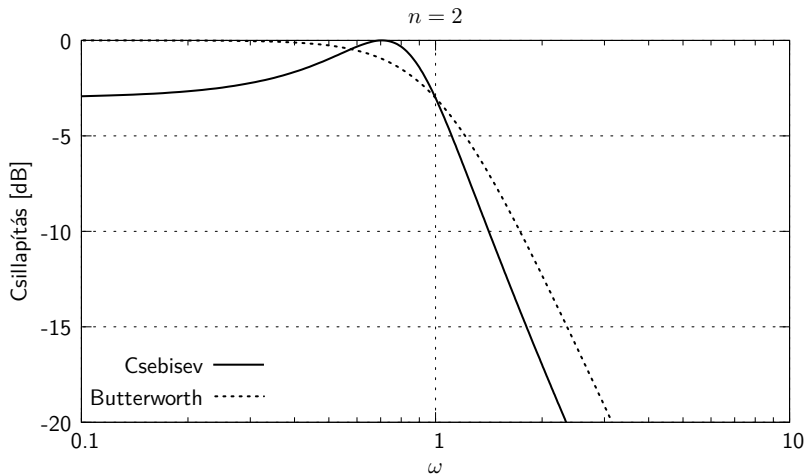


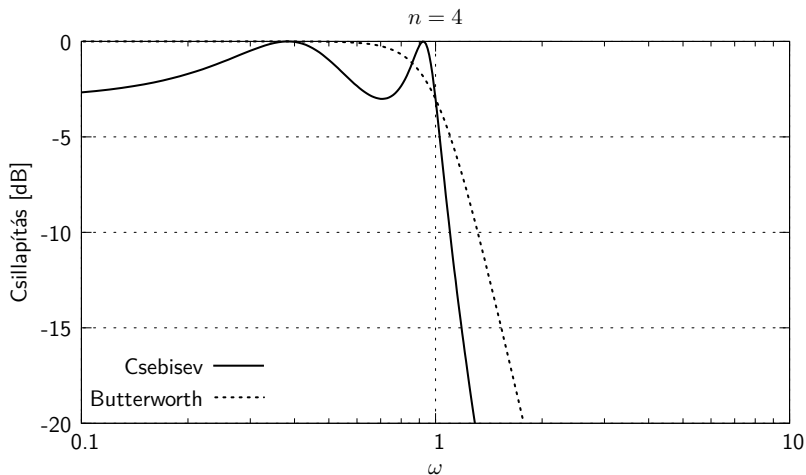
Csebishev

- szintén csak pólusokkal rendelkezik
- az áteresztő tartományban megengedett határok között egyenletesen ingadozik
- azonos fokszámhoz tartozó meredeksége a záró tartományban meg-
egyezik a Butterworthal
- az ingadozás miatt a zárótartományba kilépés élesebb

$$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)}}$$



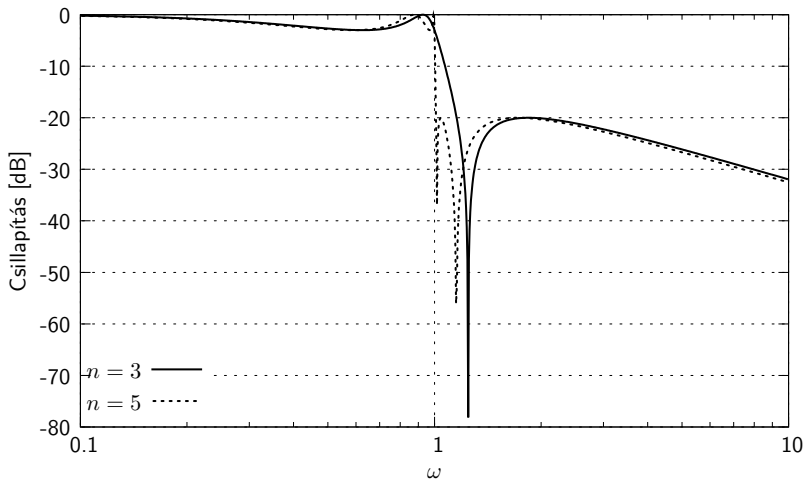


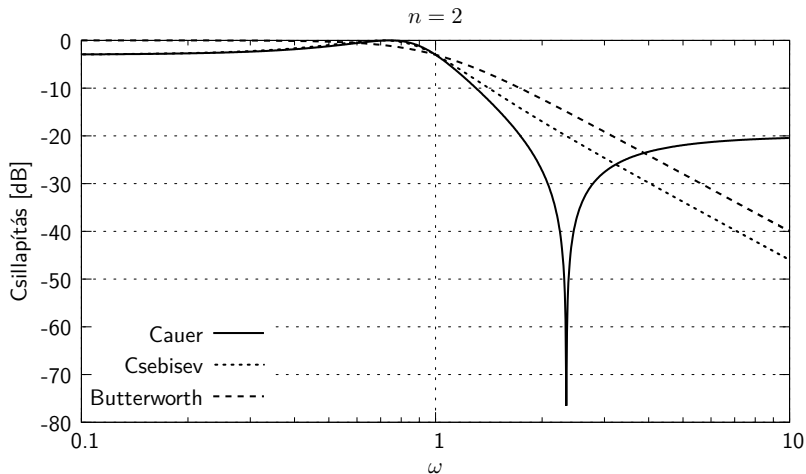


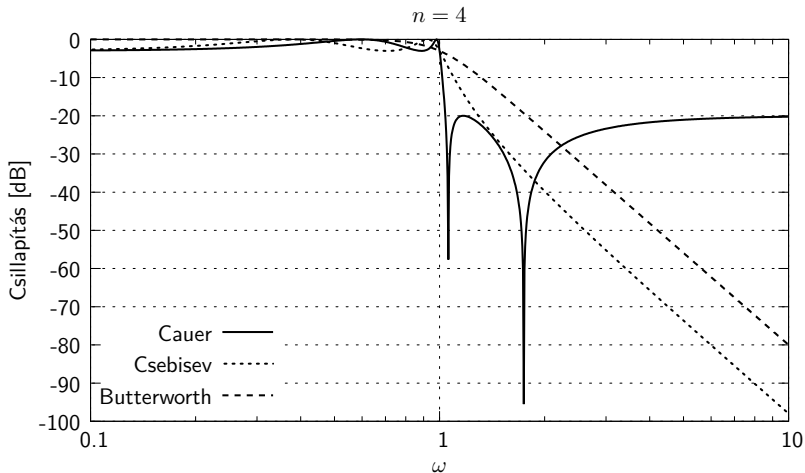
Cauer (elliptikus)

- zérusokat is tartalmaz
- áteresztő és záró tartományban is egyenletesen ingadozik
- adott fokszám mellett a legszigorúbb előírást teljesíti

$$|W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 R_n^2 \left(\xi, \frac{\omega}{\omega_c} \right)}}$$







Tekintettel kell lenni több szempontra is:

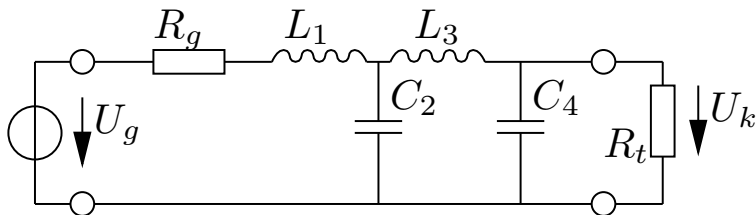
- kivezérelhetőség (az átvihető jel csúcsértéke)
- tápenergia igény
- az áramkör saját zaja
- érzékenység a külső zavaró terekre
- költségek (tervezési, előállítási, bemérési)
- méretek, integrálhatóság
- bonyolultság, mérhetőség, javíthatóság

Passzív LC szűrők

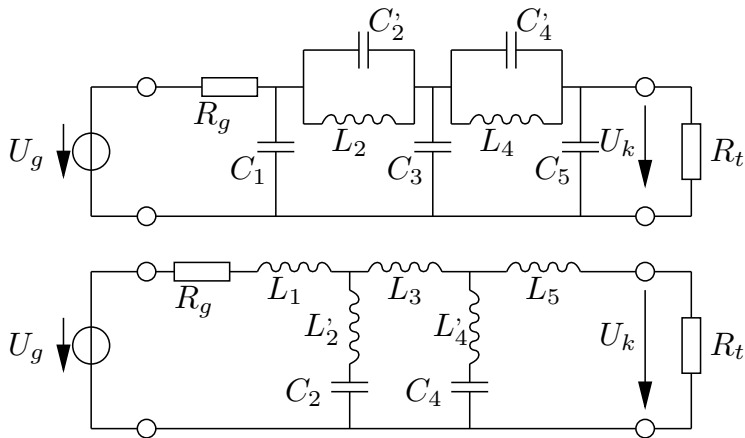
- kis zaj
- tetszőleges feszültség szintek
- nagyfrekvenciás működés
- minimális teljesítményvesztés
- egyszerűen tervezhető
- induktivitás drága
- induktivitás zavarérzékeny
- a kivezérelhetőséget a vasmag nemlinearitása korlátozza

Egyszerű tervezési ökölszabályok létrahálózathoz:

- Ha nem hozunk létre rezgőkört minden reaktáns elem pólust visz a rendszerbe.
- Ha zérust akarunk a rendszerbe bevinni, vagy a föld fele vezető ágba hozunk létre soros, vagy az előrevezető ágba párhuzamos rezgőkört.
- Kirchhoff-egyenleteket felírva s tartományban az induktivitás impedanciája sL , a kapacitásé $1/sC$.
- A létrában elhelyezve a pozíciójuk alapján járulnak hozzá s taggal az átviteli függvény számlálójához/nevezőjéhez.



Csak pólusokat tartalmazó (pl. Butterworth, Csebisev) aluláteresztő LC struktúra.



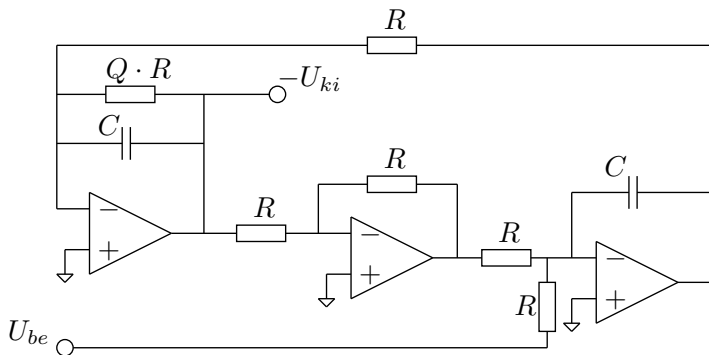
Elliptikus aluláteresztő struktúra.

Aktív RC szűrők

Műveleti erősítős kapcsolással kiküszöböljük az induktivitások használatát. Óriási irodalom számos szempont. Csak az alapelvek:

- redukáljuk a lehető legkisebbre a passzív elemértékek tartományát
- kevésbé legyen érzékeny az elemértékek szórására (passzív/aktív)
- a szűrő legtöbb paraméterét egymástól függetlenül tudjuk hangolni (p -z Q -ja, ω -ja, erősítés)

A bonyolultság elkerülése érdekében a magasabb foksámú szűrőket is alacsonyabb foksámú fokozatokból építjük fel.



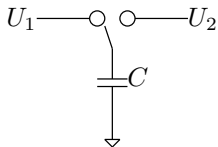
Tow-Thomas biquad

Motiváció

- integrált áramköröknél korlátozott elemértékek
- alacsony vágási frekvenciához R és C értéke megnő, nem valósítható meg

A kapcsolt kapacitás leszimulálja egy ellenállás viselkedését.

Rezgőkondenzátoros ellenállás



$$Q_1 = U_1 \cdot C$$

$$Q_2 = U_2 \cdot C$$

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = C \cdot (U_1 - U_2)$$

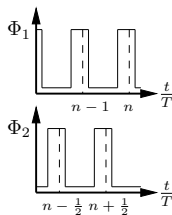
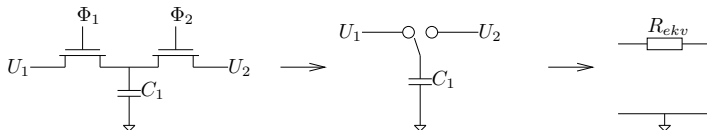
$$\text{Ha } f \gg AC_{U_2}^{U_1} \Rightarrow$$

$$T = 1/f$$

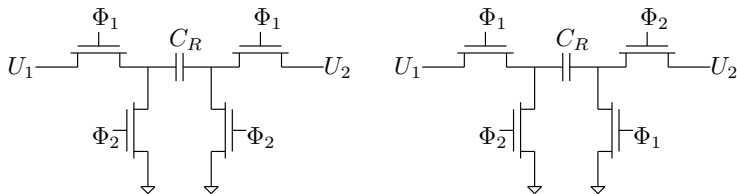
$$I_{ekv} \approx \frac{\Delta Q}{T} = \Delta Q \cdot f = f \cdot C (U_1 - U_2)$$

$$R_{ekv} = \frac{U_1 - U_2}{I_{ekv}} = \frac{1}{C \cdot f}$$

Kapcsolt kapacitású technika

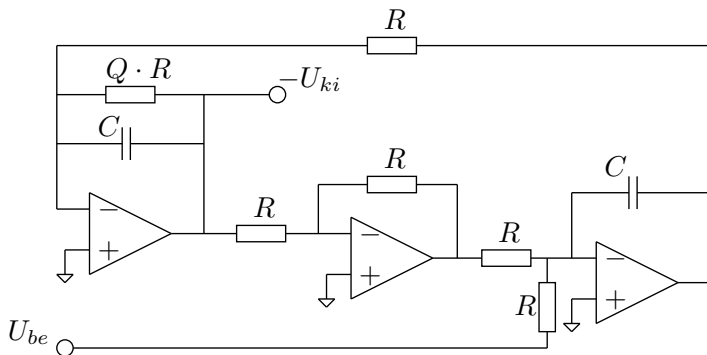


Kapcsolt kapacitású technika

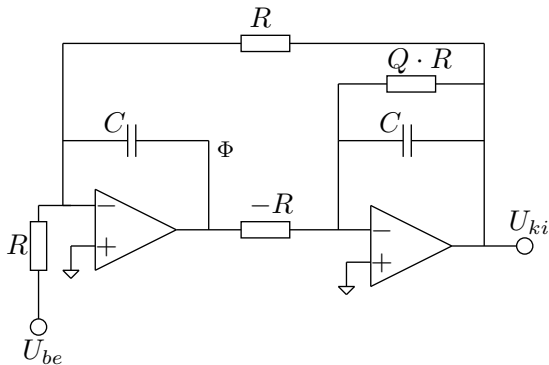


Az ellenfázisban kapcsolt ellenállás a hálózat irányába negatív ellenállást szimulál.

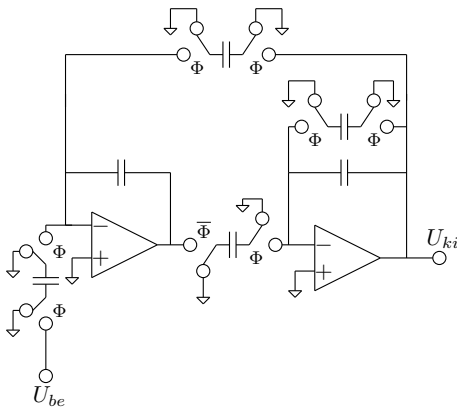
„Negatív” ellenállás kihasználása



Tow-Thomas biquad



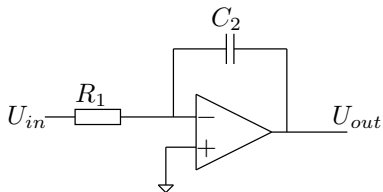
Átalakított Tow-Thomas biquad



Átalakított Tow-Thomas biquad

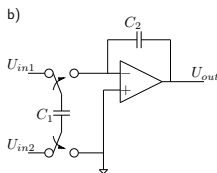
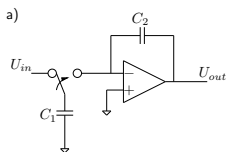
Kapcsolt kapacitású technika

Kapcsolt kapacitású integrátor:

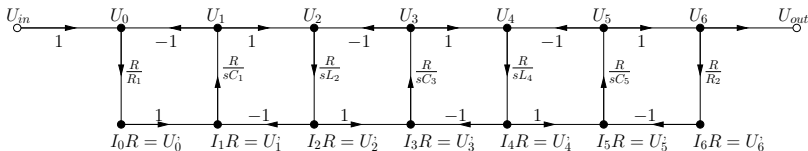
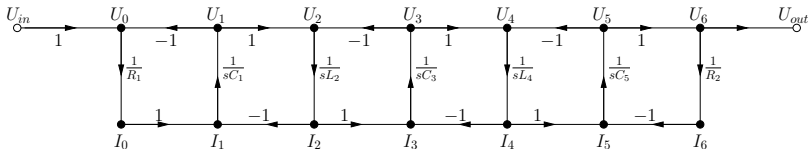
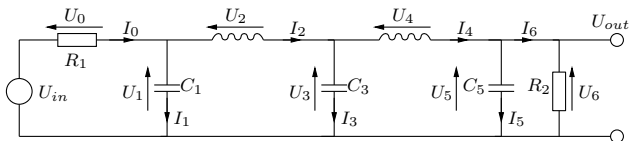


$$W(j\omega) = -\frac{\omega_0}{j\omega} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{R_1 C_2}$$

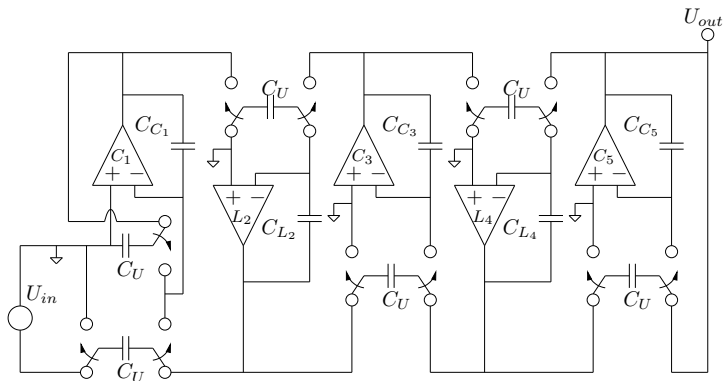
$$\omega_0 = \frac{1}{R_{eff} C_2} = f_c \cdot \frac{C_1}{C_2}$$



Kapcsolt kapacitású technika

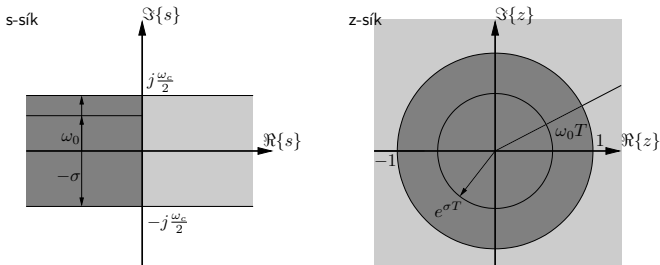


Kapcsolt kapacitású technika



$$\frac{C_{C1}}{C_u} = \frac{f_c C_1}{\omega_{c0}}; \frac{C_{L2}}{C_u} = \frac{f_c L_2}{\omega_{c0}}; \frac{C_{C3}}{C_u} = \frac{f_c C_3}{\omega_{c0}}; \frac{C_{L4}}{C_u} = \frac{f_c L_4}{\omega_{c0}}; \frac{C_{C5}}{C_u} = \frac{f_c C_5}{\omega_{c0}}$$

A z - és s -tartomány különbségei



Good luck, have fun!